

**VŠB - Technická univerzita Ostrava**  
**Fakulta elektrotechniky a informatiky**  
**Katedra kybernetiky a biomedicínského**  
**inženýrství**

Regulace protiproudého výměníku.  
Vytvoření modelu v MATLABu.

Automatic Control of Counter-flow Heat Exchanger.  
Construction of the Model in MATLAB

## Zadání bakalářské práce

Student: **Blažej Kuhajda**  
Studijní program: B2649 Elektrotechnika  
Studijní obor: 2601R004 Měřicí a řídicí technika  
Téma: **Regulace protiproudého výměníku. Vytvoření modelu v MATLABu.**  
**Automatic Control of Counter-flow Heat Exchanger. Construction of the Model in MATLAB**

Zásady pro vypracování:

1. Prostudujte si problematiku regulace protiproudého výměníku tepla.
2. Připravte matematický model protiproudého výměníku a realizujte ho v MATLABu.
3. Navrhněte PI regulátor výměníku.
4. Výsledky ověřte na modelu.
5. Proveďte zhodnocení dosažených výsledků.

Seznam doporučené odborné literatury:

1. HERCÍK, R. *Modelován výměníku tepla*. Ostrava, 2009. Bakalářská práce na Fakultě elektrotechniky a informatiky VŠB-TU Ostrava. Vedoucí bakalářské práce Ing. Zdeněk Macháček, Ph.D.
2. NEVŘIVA, P.- OŽANA, Š.- VILIMEC, L. The Finite Difference Method Applied for the Simulation of the Heat Exchangers Dynamics. In *Mastorakis, Nikos E., et al. RECENT ADVANCES IN SYSTEMS : Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on SYSTEMS. [s.l.] , Rhodos, Greece, July 22-24, 2009* WSEAS Press, 2009. s. 109-114. ISBN 9789604740970. ISSN 17902769.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **prof. Ing. Pavel Nevřiva, DrSc.**

Datum zadání: 18.11.2011

Datum odevzdání: 04.05.2012

doc. Ing. Jiří Koziorek, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. RNDr. Václav Snášel, CSc.  
děkan fakulty



## Prohlášení

*Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně.  
Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.*

*V Ostravě 1. května 2012*

*Kuhajda*  
.....  
*Blažej Kuhajda*

## **Poděkování**

*Děkuji Prof. Ing. Pavlu Nevřivovi, DrSc., Ing. Martinovi Piešovi Ph.D. Za poskytnutou odbornou pomoc a usměrňování během řešení bakalářské práce.*

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou realizace modelu tepelného výměníku a jeho regulací. Popisuje princip vytvoření matematického modelu, způsoby jeho identifikace v programu Matlab, a užití algoritmu metody ploch pro jeho identifikaci. Model je identifikován jako soustava se soustředěnými parametry přenosem v Laplaceově transformaci. K této soustavě jsou dále navrženy dva typy PI regulátorů. Na závěr je ověřen regulační obvod s těmito regulátory, a to jak na matematickém modelu, tak na jeho aproximovaném přenosu, a je vyhodnocena kvalita regulace.

## **Klíčová slova**

Regulace, Tepelný výměník, Model v MATLAB-u, PI regulátor

## **Abstract**

My bachelor work is aimed to realization mathematical model of counter-flow heat exchanger and its control. It describes, creation of mathematical model, ways of its identification in Matlab, and using surface method's algorithm for identification linear time invariant system. Model is identified as linear time invariant system with lumped parameters, as transfer function in Laplace transform. To this identified system are designed two types of PI controllers. In the end control-loop with these controllers on the math model is checked and also quality of control on the approximated model is evaluated.

## **Key Words**

Control, Heat Exchanger, Model in MATLAB, PI controller

## Seznam použitých symbolů a zkratek

$A$	charakteristický polynom
$D(s)$	obraz poruchové veličiny
$E(s)$	obraz regulační odchylky
$G$	váha materiálu teplosměnných ploch připadající na jednotku délky přehříváku ve směru $x$ , $[\text{kg} / \text{m}]$ ;
$G(s)$	přenos v Laplaceově transformaci
$G(\omega)$	frekvenční přenos
$G_{dy}(s)$	přenos poruchy
$G_o(s)$	přenos otevřené smyčky
$G_R(s)$	přenos regulátoru
$G_S(s)$	přenos soustavy
$G_{vy}(s)$	přenos řízení
$M$	průtočné množství média, $[\text{kg/s}]$ ;
$M_i$	moment $i$ -tého řádu použitý při algoritmu metody ploch
$O$	povrch teplosměnné plochy připadající na jednotku délky přehříváku ve směru $x$ , $[\text{m}]$ ;
$S_i$	plocha $i$ -tého řádu použitý při algoritmu metody ploch
$T(x, t)$	teplota, $[^{\circ}\text{C}]$ ;
$W(s)$	obraz řídicí veličiny
$Y(s)$	obraz regulované veličiny
$c_p$	měrná tepelná kapacita média při stálém tlaku, $\left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$ ;
$c_s$	měrná tepelná kapacita materiálu přehříváku, $\left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$ ;
$u$	průtočná rychlost média ve směru osy $x$ podél teplosměnné plochy, $[\text{m} / \text{s}]$ ;
$x$	vzdálenost řezu „ $k$ “ přehříváku od jeho začátku, $[\text{m}]$ ;
$l$	celková délka přehříváku ve směru $x$ , $[\text{m}]$ ;
$t$	proměnná času počítána od okamžiku vzniku poruchy, $[\text{s}]$ ;
$a_i$	koefficient charakteristického polynomu, jmenovatele přenosu
$b_i$	koefficient čitatele přenosu
$d(t)$	poruchová veličina, porucha působící na výstup soustavy
$e(t)$	regulační odchylka
$s$	nezávisle proměnná u obrazu v Laplaceově transformaci
$u(t)$	akční veličina
$w(t)$	řídicí veličina
$y(t)$	regulovaná veličina, výstupní veličina

$\alpha$	přestupní součinitel tepla mezi povrchem teplosměnné plochy a médiem, $\left[ \frac{\text{kJ}}{\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}} \right];$
$\chi$	poměry časových konstant $\frac{\tau_{s1}}{\tau_{s2}}, \frac{\tau_{s2}}{\tau_{s1}}$
$\eta(t)$	Heavisideův jednotkový skok
$\tau$	časová konstanta prohřívání média, [s];
$\tau_s$	časová konstanta prohřívání materiálu přehříváku, [s];
$\omega_f$	bod, ve kterém protíná logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika osu „ $\omega$ “ (Magnitude = 0 dB)

Zkratky:

LAFFCH	logaritmická amplitudová a fázová frekvenční charakteristika
FM	regulátor navržen metodou standardního tvaru frekvenčních charakteristik
OM	regulátor navržen metodou optimálního modulu

Indexy:

1	označuje příslušnost k protékající páře;
2	označuje příslušnost ke spalínám;
s	označuje příslušnost k teplosměnné ploše výměníku tepla

# Obsah

<b>1 Úvod.....</b>	<b>1</b>
<b>2 Rozbor protiproudého výměníku tepla .....</b>	<b>2</b>
2.1 Fyzikální model výměníku tepla .....	2
2.2 Matematický model výměníku tepla .....	2
2.2.1 Popis metody RUNGE-KUTTA.....	7
<b>3 Řešení matematického Modelu .....</b>	<b>9</b>
3.1 Vstupní parametry a hodnoty modelu protiproudého výměníku.....	9
3.2 Postup vytvoření matematického modelu.....	9
3.3 Popis kódu v prostředí Matlab.....	10
3.4 Vypočtení odezev modelu výměníku na poruchu páry .....	12
<b>4 Identifikace soustavy .....</b>	<b>14</b>
4.1 Metoda ploch.....	15
<b>5 Návrh regulátoru.....</b>	<b>17</b>
5.1 Metoda standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného obvodu . .	18
5.1.1 Návrh ideálního PI regulátoru podle standardního tvaru frekvenční charakteristiky.....	18
5.2 Metoda optimálního modulu .....	21
5.2.1 Návrh ideálního PI regulátoru podle metody optimálního modulu.....	22
<b>6 Kvalita regulace .....</b>	<b>25</b>
6.1 Ověření regulace na modelu v Simulinku.....	27
<b>7 Závěr.....</b>	<b>29</b>
<b>8 Seznam literatury.....</b>	<b>30</b>
<b>9 Přílohy.....</b>	<b>31</b>



## 1 Úvod

Proč se zabývat přesným řízením tepelných výměníků? Odpověď je zcela jednoduchá. Při současné energetické situaci ve světě se klade důraz na efektivitu, respektive účinnost veškerých zařízení. S tímto problémem je také spojen jejich ekologicky šetrný provoz a také doba jejich provozu. Při nových technologicky vyspělých materiálech, které se používají při výrobě parních turbín, tepelných výměníků je důležité dodržet při provozu určité tepelné podmínky a meze. Provozní tepelné podmínky se snažíme pak dimenzovat tak, aby byly zajištěny co nejvhodnější podmínky pro účinnost provozu s ohledem na vlastnosti konstrukčních materiálů. Protože změnou teploty páry můžeme jednak měnit účinnost ale na druhé straně tím však daném případě můžeme zvýšit opotřebení turbíny a tím provozní náklady elektrárny.

Výměník tepla je zařízení postavené pro účinný tepelný převod z jedné tekutiny či plynu na jinou tekutinu či plyn, které jsou oddělené plnou stěnou tak aby se nemíchaly. Existuje více druhů tepelných výměníků, které mají široké použití. V mé bakalářské práci se zabývám výměníkem, v kterém proudí odděleně pára, která je ohřívána tepelným tokem z horkých spalín přes stěnu. Dále je při matematickém popisu nutno uvést, že se jedná o Protiproudý výměník, protože u Protiproudého je směr proudění spalín nebo páry opačný. To se pak projeví na znaménku rychlosti spalín nebo páry, a také na počátečních podmínkách. Kromě těchto dvou základních typů se může vytvořit ještě jejich kombinace.

Řídit tepelný výměník je možno pomocí regulace množství páry a horkých spalín. Při regulaci se využívá změn některých z těchto veličin. Tím, že měníme množství těchto veličin, měníme tím jejich vstupní teploty. Obvykle bývá teplota přehřáté páry regulována změnou teploty páry vstřikem kondenzátu do vstupu výměníku. Akční veličinou regulace je zde tedy vstupní teplota páry a další změny jsou poté z hlediska regulace považovány za poruchy. Regulátor ovládá akční veličinu a tím vyrovnává změny teploty způsobené poruchami. Jakost regulace je dána regulačními charakteristikami výměníku, a to charakterem odezvy výměníku na akční veličinu ve srovnání s odezvou na poruchy. Regulační charakteristiky však závisejí na konstrukci samotného výměníku.

Pro výpočet Regulačních charakteristik je potřebné vypočítat matematický model popsany parciálními diferenciálními rovnicemi, které popisují tepelný výměník. Pro uskutečnění samotného výpočtu parciálních diferenciálních rovnic bude následovat matematická analýza pro zvolenou numerickou metodu, a její implementace v podobě kódu v prostředí Matlab. Dále je potřebné simulovat poruchu pro zjištění odezvy modelu, která by pak měla být vyhodnocena, a dle ní pak provedena identifikace v pracovním bodě. Na tento identifikovaný systém budou navrženy dva typy regulátorů. Na závěr práce se provede ověření funkčnosti regulačních obvodů a zhodnocení kvality regulace.

## 2 Rozbor protiproudého výměníku tepla

### 2.1 Fyzikální model výměníku tepla

Výměník tepla je zařízení, ve kterém dochází k přehřívání páry a to tak, že jedním médiem jsou proudící spaliny, a druhým kotlem vyráběná pára. Konstrukčně bývá řešen jako souproudý, kde se horké spaliny a pára pohybují stejným směrem, nebo protiproudý, kde se horké spaliny a pára pohybují ve směru navzájem opačném. Ve výměníku musí být proudící pára a horké spaliny odděleny. Výměník tepla bývá realizován tak, že proudící pára je uzavřena v potrubí, které je vhodně umístěno uvnitř výměníku, a kolem těchto potrubí proudí horké spaliny. Horké spaliny předávají přes teplosměnné plochy potrubí svou energii páře. Proto je snahou tyto plochy maximalizovat a pro potrubí využít materiály s co největší teplotní vodivostí. Jako vhodný materiál se jeví ocel, která je ve většině výměníků použita. Konstruktor výměníků musí brát při návrhu v úvahu teplotní roztažnosti materiálů protože výměník tepla pracuje s velmi vysokými teplotami a teplotními změnami [1].

### 2.2 Matematický model výměníku tepla

Výměník tepla si lze představit jako matematický model popsáný soustavou rovnic. Rovnice popisují vlastnosti výměníku, udávají vztah mezi jednotlivými veličinami.

Výměník tepla je zařízení, které má za úkol předávat teplo z horkých spalin, skrz stěnu výměníku páře. Matematický popis tak musí popsat, jakým způsobem se teplo přenáší. Tento přenos závisí na mnoha parametrech. Mezi základní parametry patří vlastnosti horkých spalin a páry, konkrétně velikost měrného tepla média při stálém tlaku  $c_p$  a průtočná rychlost média  $u$  spolu s průtočným množstvím média  $M$ . Výměník je realizován tak, že horké spaliny a směs jsou navzájem odděleny pevnou stěnou. Stěna je charakterizována velikostí měrného tepla materiálu  $c_s$ , dále váhou materiálu teplosměnných ploch  $G$  a na povrchu teplosměnné plochy  $O$  připadající na jednotku délky výměníku. Protože teplo je předáváno přes pevnou stěnu, je zaveden přestupní součinitel tepla  $\alpha$  mezi povrchem teplosměnné plochy a médiem. Tyto parametry udávají velikost časových konstant prohřívání média a materiálu výměníku [1].

Časové konstanty prohřívání média  $\tau$  a prohřívání materiálu výměníku  $\tau_s$  jsou dány následujícími vztahy:

$$\tau = \frac{c_p M}{\alpha O |u|} \quad (1)$$

$$\tau_s = \frac{c_s G}{\alpha O} \quad (2)$$

## 2 Rozbor protiproudého výměníku tepla

Výměník je popsán parciálními diferenciálními rovnicemi. V našem případě to jsou tři parciální diferenciální rovnice. Z rovnic je pak možné vypočítat přibližné regulační charakteristiky. Rovnice mají stejný tvar jak pro protiproudý tak pro souproudý, výměník. Liší se jenom znaménkem rychlosti spalin resp. páry a místem, kde jsou zadány počáteční podmínky.

Základní parciální diferenciální rovnice výměny tepla v souproudém či protiproudém výměníku tepla mají tento tvar [2]:

$$T_S(x, t) - T_1(x, t) = \tau_1 \left[ u_1 \frac{\partial T_1(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial T_1(x, t)}{\partial t} \right] \quad (3)$$

$$T_S(x, t) - T_2(x, t) = \tau_2 \left[ u_2 \frac{\partial T_2(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial T_2(x, t)}{\partial t} \right] \quad (4)$$

$$\frac{T_1(x, t) - T_S(x, t)}{\tau_{S1}} + \frac{T_2(x, t) - T_S(x, t)}{\tau_{S2}} = \frac{\partial T_S(x, t)}{\partial t} \quad (5)$$

Teoretický rozbor nestacionárních pochodů ve výměníku tepla ukazuje, že jeho regulační charakteristiky závisí celkem na pěti bezrozměrných veličinách. [2]

$$\frac{\tau_{20} u_{20}}{\tau_{10} u_{10}}; \quad \chi_{10}; \quad \frac{l}{\tau_{10} u_{10}}; \quad \frac{\tau_{10}}{\tau_{20}}; \quad \frac{\tau_{S10}}{\tau_{10}};$$

První tři veličiny určují statické charakteristiky výměníku, tj. rozložení teplot podél osy výměníku ve stacionárním stavu.

Výše uvedený popis je dostačující pro modelování dynamiky výměníku. Rovnice (3) - (5) udávají vztah mezi teplotou horkých spalin a směsí. Při znalosti vstupních teplot a rychlosti horkých spalin a páry a také časových konstant přestupu tepla jsme schopni vypočítat rozložení teplot ve výměníku v ustáleném stavu. V této souvislosti také rychlost a průběh odezvy na poruchový stav.

Pro určení průběh jednotlivých teplot a to jak při dynamickém, tak při ustáleném stavu, se musí z rovnic (3) - (5) vyjádřit závislosti jednotlivých teplot na čase,  $\frac{\partial T(x, t)}{\partial t}$ .

Vyjádřením příslušných závislostí  $\frac{\partial T_1(x, t)}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial T_2(x, t)}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial T_S(x, t)}{\partial t}$  se dostanou následující vztahy (6), (7), (8), které jsou pak použity pro výpočet modelu.

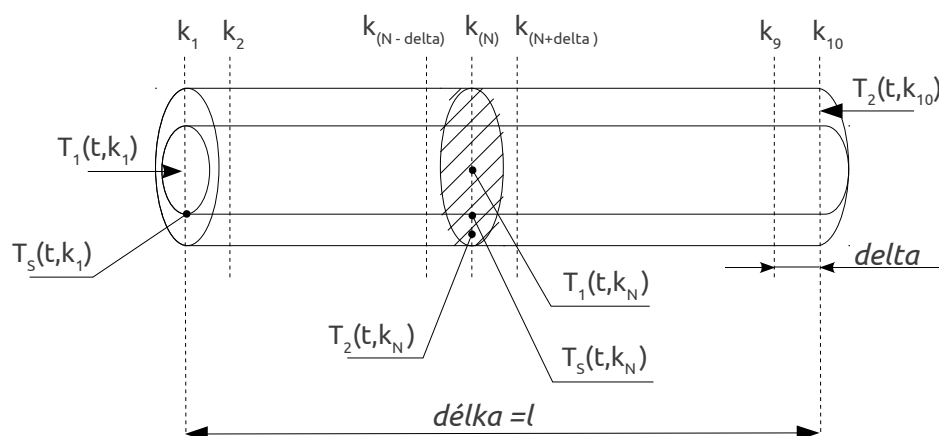
## 2 Rozbor protiproudého výměníku tepla

$$\frac{\partial T_1(x, t)}{\partial t} = \frac{T_s(x, t) - T_1(x, t)}{\tau_1} - u_1 \frac{\partial T_1(x, t)}{\partial x} \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_2(x, t)}{\partial t} = \frac{T_s(x, t) - T_2(x, t)}{\tau_2} - u_2 \frac{\partial T_2(x, t)}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_s(x, t)}{\partial t} = \frac{T_1(x, t) - T_s(x, t)}{\tau_{s1}} + \frac{T_2(x, t) - T_s(x, t)}{\tau_{s2}} \quad (8)$$

Řešící model je rozdělen lineárně na 10 řezů po délce výměníku. Jednotlivé řezy mají mezi sebou konstantní vzdálenost **delta**, která je dána podílem délky modelu k počtu řezů – 1, na které je model rozdělen. Na Obr. 1 se nachází jejich znázornění, kde  $N$  značí  $N$ -tý řez při numerickém řešení z celkového počtu řezů.



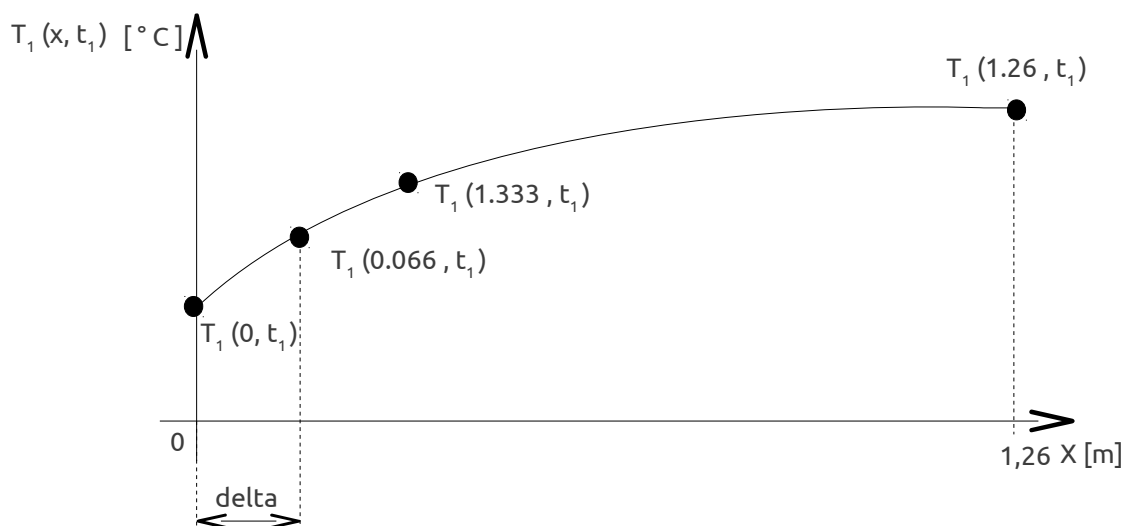
Obr. 1: Grafické znázornění řezů a jejich teplot páry, spalin, stěny

Symbolem řezu je  $k$ , kde počátek výměníku je označen řezem č. 1 a konec modelu výměníku je označen řezem č. 10. Parciální derivace  $\frac{\partial T_1(x, t)}{\partial x}$  v čase  $t$  lze obecně vyjádřit následujícím způsobem [3]:

$$\frac{\partial T_1(t)}{\partial x} = \frac{T_1(k+1, t_1) - T_1(k-1, t_1)}{2 * \text{delta}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial T_2(t)}{\partial x} = \frac{T_2(k+1, t_1) - T_2(k-1, t_1)}{2 * \text{delta}} \quad (10)$$

Jelikož, jak plyne z Obr. 2, pro počátek a konec modelu, tyto vztahy musejí být upraveny, protože pro  $T(k-1, t_1)$ , kde  $k$  je první řez, není hodnota definována, pro konkrétní čas  $t_1$ . Podobně tomu je pro konec modelu výměníku, kde není definována hodnota pro  $T(k+1, t_1)$ , kde  $k$  je poslední řez.



Obr. 2: Výpočet derivace teploty  $T_1$  po délce přehříváku v konkrétním čase  $t_1$

Zde se pro výpočet parciálních derivací  $\frac{\partial T(x, t_1)}{\partial x}$ , na začátku a konci, definuje následující

úloha kde je třeba spočítat derivace jak pro spaliny, tak pro páru

$$\left. \frac{\partial T(x, t_1)}{\partial x} \right|_{x_k} \text{ kde } k=1, 2 \dots N$$



Pro  $k = 1$  :  $x = 0$  m

$$\left. \frac{\partial T(x, t_1)}{\partial x} \right|_{x_k=0} = \frac{-3 * T(1, t_1) + 4 * T(1 + \text{delta}, t_1) - T(1 + 2 * \text{delta}, t_1)}{2 * \text{delta}} \quad (11)$$

Pro  $k = 2$  :  $x = 0,14$  m až Pro  $k = 19$  :  $x = 1,12$  m

$$\left. \frac{\partial T(x, t_1)}{\partial x} \right|_{x_k=2} = \frac{T(2 + \text{delta}, t_1) - T(2 - \text{delta}, t_1)}{2 * \text{delta}}$$

$$\left. \frac{\partial T(x, t_1)}{\partial x} \right|_{x_k=3} = \frac{T(3 + \text{delta}, t_1) - T(3 - \text{delta}, t_1)}{2 * \text{delta}}$$

.....  
 .....  
 .....

Pro  $k = 10$  :  $x = 1,26$  m

$$\left. \frac{\partial T(x, t_1)}{\partial x} \right|_{x_k=20} = \frac{3 * T(20, t_1) - 4 * T(20 - \text{delta}, t_1) - T(20 - 2 * \text{delta}, t_1)}{2 * \text{delta}} \quad (12)$$

Dosazením vyjádřené, korigované závislosti  $\frac{\partial T(x, t)}{\partial x}$  pro počátek výměníku do diferenciálních rovnic se dostane následující soustava diferenciálních rovnic (13), (14), (15) pro počátek modelu :

$$\frac{\partial T_1(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_S(1, t) - T_1(1, t)}{\tau_1} - u_1 \left[ \frac{-3 * T_1(1, t) + 4 * T_1(k+1, t) - T_1(k+2, t)}{2 * \text{delta}} \right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_2(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_S(1, t) - T_2(1, t)}{\tau_2} - u_2 \left[ \frac{-3 * T_2(1, t) + 4 * T_2(k+1, t) - T_2(k+2, t)}{2 * \text{delta}} \right] \quad (14)$$

$$\frac{\partial T_S(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_1(k, t) - T_S(k, t)}{\tau_{S1}} + \frac{T_2(k, t) - T_S(k, t)}{\tau_{S2}} \quad (15)$$

## 2 Rozbor protiproudého výměníku tepla

Pro střed výměníku:

$$\frac{\partial T_1(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_S(k, t) - T_1(k, t)}{\tau_1} - u_1 \left[ \frac{T_1(k+1, t) - T_1(k-1, t)}{2 * \text{delta}} \right] \quad (16)$$

$$\frac{\partial T_2(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_S(k, t) - T_2(k, t)}{\tau_2} - u_2 \left[ \frac{T_2(k+1, t) - T_2(k-1, t)}{2 * \text{delta}} \right] \quad (17)$$

$$\frac{\partial T_S(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_1(k, t) - T_S(k, t)}{\tau_{S1}} + \frac{T_2(k, t) - T_S(k, t)}{\tau_{S2}} \quad (18)$$

Pro konec modelu mají poté rovnice tvar:

$$\frac{\partial T_1(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_S(k, t) - T_1(k, t)}{\tau_1} - u_1 \left[ \frac{T_1(k-2, t) - 4 * T_1(k-1, t) + 3 * T_1(k, t)}{2 * \text{delta}} \right] \quad (19)$$

$$\frac{\partial T_2(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_S(k, t) - T_2(k, t)}{\tau_2} - u_2 \left[ \frac{T_2(k-2, t) - 4 * T_2(k-1, t) + 3 * T_2(k, t)}{2 * \text{delta}} \right] \quad (20)$$

$$\frac{\partial T_S(k+1, t)}{\partial t} = \frac{T_1(k, t) - T_S(k, t)}{\tau_{S1}} + \frac{T_2(k, t) - T_S(k, t)}{\tau_{S2}} \quad (21)$$

### 2.2.1 Popis metody RUNGE-KUTTA

Jedná se o jedno-uzlovou metodu, řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Protože k výpočtu  $y_{(k+1)}$  je nutné znát jenom  $x_k$ ,  $y_k$ ,  $h$ . Vychází z následujícího obecného vztahu, který je definován pro přechod derivace od  $y_{(k)}$  do  $y_{(k+1)}$ :

$$y_{(k+1)} = y_{(k)} + h [p_{r1} k_1 + p_{r2} k_2 + \dots + p_{rr} k_r] \quad (22)$$

kde  $k_1, k_2, k_3 \dots k_r$  jsou definovány rekurentně vztahy:

$$k_1 = f(x_0, y_0)$$

$$k_2 = f(x_0 + \alpha_2 h, y_0 + h \beta_{21} k_1)$$

.....

$$k_r = f(x_0 + \alpha_r h, y_0 + h (\beta_{r1} k_1 + \beta_{r2} k_2 + \dots + \beta_{r, r-1} k_{r-1}))$$

Dalšími matematickými úpravami a vhodnou volbou koeficientu se dá vyjádřit vztah jak pro

## 2 Rozbor protiproudého výměníku tepla

---

Eulerovu tak pro známou metodu Runge-Kutta 4. řádu. Chyba u této metody je  $h^5$  což je chyba proti Eulerově metodě  $h^2$  o tři řády menší.

Zde jsou již odvozeny nejpoužívanější vztahy pro tuto metodu:

$$y_{(k+1)} = y_{(k)} + \frac{1}{6} h (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (23)$$

$$k_1 = f(x_{(k)}, y_{(k)}) \quad (24)$$

$$k_2 = f\left(x_{(k)} + \frac{1}{2}h, y_{(k)} + \frac{1}{2}hk_1\right) \quad (25)$$

$$k_3 = f\left(x_{(k)} + \frac{1}{2}h, y_{(k)} + \frac{1}{2}hk_2\right) \quad (26)$$

$$k_4 = f(x_{(k)} + h, y_{(k)} + hk_3) \quad (27)$$

Metodu RUNGE-KUTTA 4. řádu se pak implementovala v prostředí Matlab na diferenciální rovnice (13) – (21), které matematicky popisují výměník .

[10]

### 3 Realizace matematického modelu

#### 3.1 Vstupní parametry a hodnoty modelu protiproudého výměníku

$c_{p1}$	=	1096.6	[J/ (kg . K)]
$c_{p2}$	=	1305.99	[J/ (kg . K)]
$c_s$	=	500	[J/ (kg . K)]
$M_1$	=	2.261	[kg / s]
$M_2$	=	2.907	[kg / s]
$\alpha_1$	=	330	[W / (m <sup>2</sup> . K)]
$\alpha_2$	=	144.3	[W / ( m <sup>2</sup> . K)]
$O_1$	=	80.16	[m]
$O_2$	=	87.14	[m]
$G$	=	165	[kg / m]
$u_1$	=	4.088	[m / s]
$u_2$	=	-33	[m / s]
$l$	=	1.26	[m]

Vstupní teploty mají hodnotu:

$$\begin{aligned}T_1(0, t) &= 101 && [^{\circ}\text{C}] \\T_2(10, t) &= 510.7 && [^{\circ}\text{C}]\end{aligned}$$

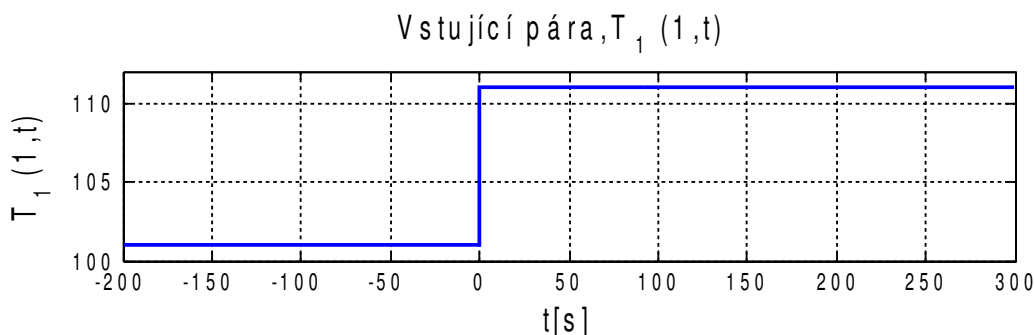
#### 3.2 Postup vytvoření matematického modelu

Pro vypočtení přechodových charakteristik, respektive poruchových přechodů teplot výměníku, je nutno nejprve vypočíst ustálené rozložení teplot médií a stěny. Z těchto počátečních podmínek, teplot, v jednotlivých řezech výměníku, se pak počítá rozložení a průběhy teplot v čase. Zde se pak nadefinováním vektoru teplot vstupující páry a spalín realizuje porucha. Tomu odpovídá změna teploty spalín a nebo páry o daný teplotní skok.

Pro řešení ustáleného stavu je použita funkce Matlabu „*ode15s*( )“, která řeší soustavu diferenciálních rovnic (6) – (8), kde časová derivace se rovná nule. I s vypočtenými počátečními podmínkami se pak model musí zpočátku ustálit, ale potřebuje na to výrazně kratší dobu.

### 3 Realizace matematického modelu

Na vstup matematického modelu byl následně přiveden testovací signál, Obr. 3, kde v  $T(0, t)$  nastane skok teploty o  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



Obr. 3: Vstupní teplota páry přiváděná během simulace

### 3.3 Popis kódu v prostředí Matlab

Na začátku kódu jsou nadefinovány vstupní parametry matematického modelu, z kterých jsou následně vypočteny časové konstanty pro páru, spaliny a stěnu výměníku. Mezi vstupními parametry jsou také hodnoty teplot páry a spalin, které do modelu výměníku „proudí“ během časové simulace. Z toho plyne, že vhodným nadefinováním těchto vektorů vstupů můžeme realizovat skokové změny teploty spalin a nebo páry, což je vlastně simulace odezvy výměníku na poruchový stav.

Délka vypočteného času je přímo-úměrná součinu, počtu opakování rovnic (13) - (21), zadané parametrem *nn*, a velikosti integračního kroku *h*.

Při řešení tímto algoritmem je nutné zvolit dostatečně malý krok časové integrace, aby byl náš matematický model stabilní a nedocházelo ke kmitům. Při našem modelu jsme volili krok 0.01, aby se nám model choval správně. Při kroku 0.025 se nám model začínal rozpadat.

```
T1_in(1:nn)    = 101;           % vstupni teplota pary
T2_in(1:nn)    = 510.7;         % pocatecni podminka - vystupni teplota spalin
T1_in(20000:nn)= 111;          % realizace skokove zmeny vystupni teplota pary
```

Pak následuje cyklus, kde počítáme rozložení teplot v daných řezech podle rovnic (13) – (21). Při výpočtu si ukládáme hodnotu **T1**, **T2**, **TS** do pomocných proměnných **ypT1**, **ypT2**, **ypTS**, které pak slouží na dosazení do rovnic pro výpočet jednotlivých koeficientů **k1**, **k2**, **k3**, **k4**. Vypočtené koeficienty pak dosazujeme přes cyklus, pro výpočet derivací podle vzorců pro metodu Runge-kutta 4. řádu.

```
for n=1:nn           % cas simulace = nn * h
```



### 3 Realizace matematického modelu

```
%% LEVY OKRAJ (zacatek vymeniku = derivace v prvni rezu)
k=1;
% prvni krok -- vypocet koeficientu k1

yp1T1(k) = T1(k);      yp1T2(k) = T2(k);      yp1TS(k) = TS(k);
k1T1(k) = (yp1TS(k)-T1_in(n)) / tau1 - u1*(-3*T1_in(n) + 4*T1(k+1)-T1(k+2)) / (2*delta);
k1T2(k) = (yp1TS(k)-T2(k)) / tau2 - u2*( -3*T2(k) + 4*T2(k+1) - T2(k+2)) / (2*delta);
k1TS(k) = ( T1_in(n)-yp1TS(k) ) / tauS1 + ( T2(k)-yp1TS(k) ) / tauS2;

.....

%% STRED VYMENIKU (derivace v prostrednich rezech)
for k=2:(N-1)
% prvni krok -- vypocet koeficientu k1
yp1T1(k) = T1(k);      yp1T2(k) = T2(k);      yp1TS(k) = TS(k);
k1T1(k) = ( yp1TS(k)-yp1T1(k) )/tau1 - u1 * ( yp1T1(k+1) - yp1T1(k-1) )/(2*delta);
k1T2(k) = ( yp1TS(k)-yp1T2(k) )/tau2 - u2 * ( yp1T2(k+1) - yp1T2(k-1) )/(2*delta);
k1TS(k) = ( yp1T1(k)-yp1TS(k) )/tauS1 + ( yp1T2(k)-yp1TS(k) )/tauS2;

.....

end

%% PRAVY OKRAJ KONEC (konec vymeniku = derivace v poslednim rezu)
k=N;
% prvni krok -- vypocet koeficientu k1
yp1T1(k) = T1(k);      yp1T2(k) = T2(k);      yp1TS(k) = TS(k);
k1T1(k) = (yp1TS(k)-yp1T1(k))/tau1 - u1*(yp1T1(k-2)-4*yp1T1(k-1)+3*yp1T1(k))/(2*delta);
k1T2(k) = (yp1TS(k)-T2_in(n))/tau2 - u2*(yp1T2(k-2)-4*yp1T2(k-1)+3*T2_in(n))/(2*delta);
k1TS(k) = ( yp1T1(k)-yp1TS(k) )/tauS1 + ( T2_in(n)-yp1TS(k) )/tauS2;

.....

% vypocet teplot v dalsim kroce simulace
for k=1:N
XT1(k) = T1(k) + h*(1/6)*(k1T1(k) + 2*k2T1(k) + 2*k3T1(k) + k4T1(k));
XT2(k) = T2(k) + h*(1/6)*(k1T2(k) + 2*k2T2(k) + 2*k3T2(k) + k4T2(k));
XTS(k) = TS(k) + h*(1/6)*(k1TS(k) + 2*k2TS(k) + 2*k3TS(k) + k4TS(k));
end
```

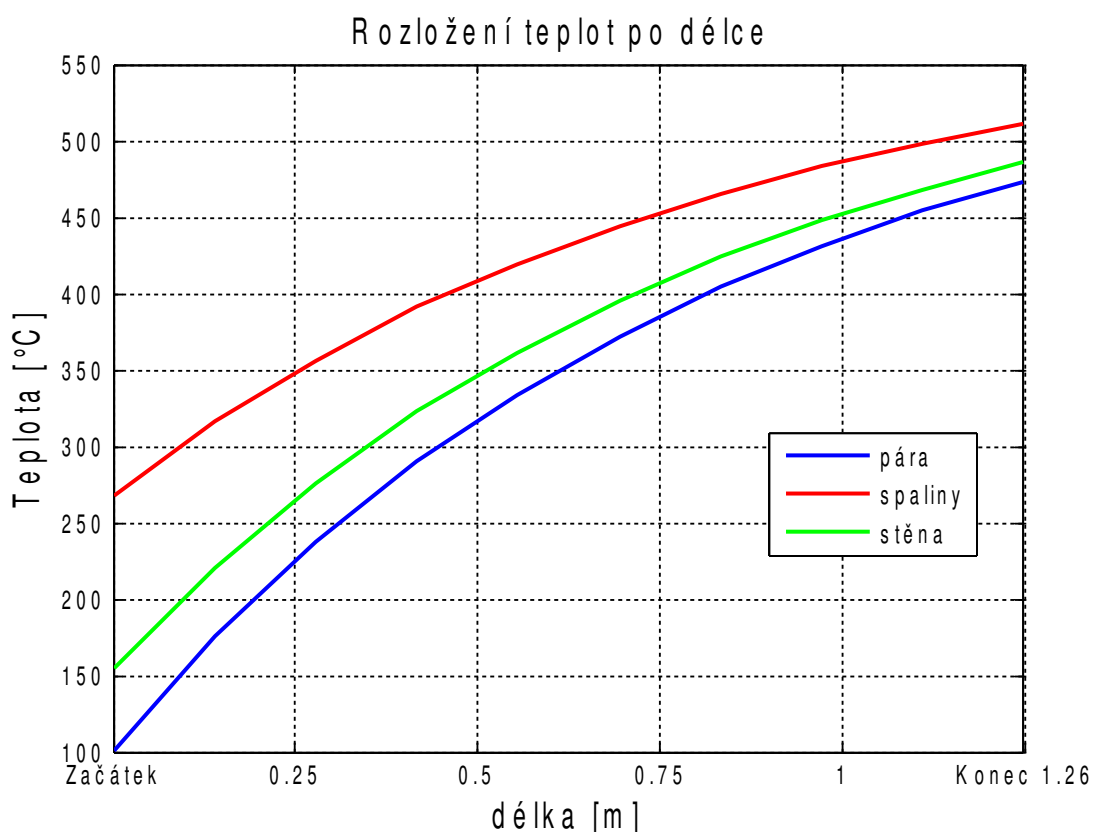
V následujícím kódu se vypočtené hodnoty derivací dosazují do originálních hodnot, počátečních podmínek pro následující krok simulace, a také je ukládáme do matice **Txt**, která pak slouží pro 3D grafické zobrazení teplot, jako závislost teploty na čase a délce podél výměníku.

```
%% Prirazeni do originalnich hodnot
T1=XT1;
T2=XT2;
TS=XTS;
T1xt(n,1:N)=XT1;
T2xt(n,1:N)=XT2;
TSxt(n,1:N)=XTS;

waitbar(n/nn,handle,sprintf('Probiha vypocet. %12.4f %%',n/nn*100))
end % konec vypoctu T/dt
```

### 3.4 Vypočtení odezev modelu výměníku na poruchu páry

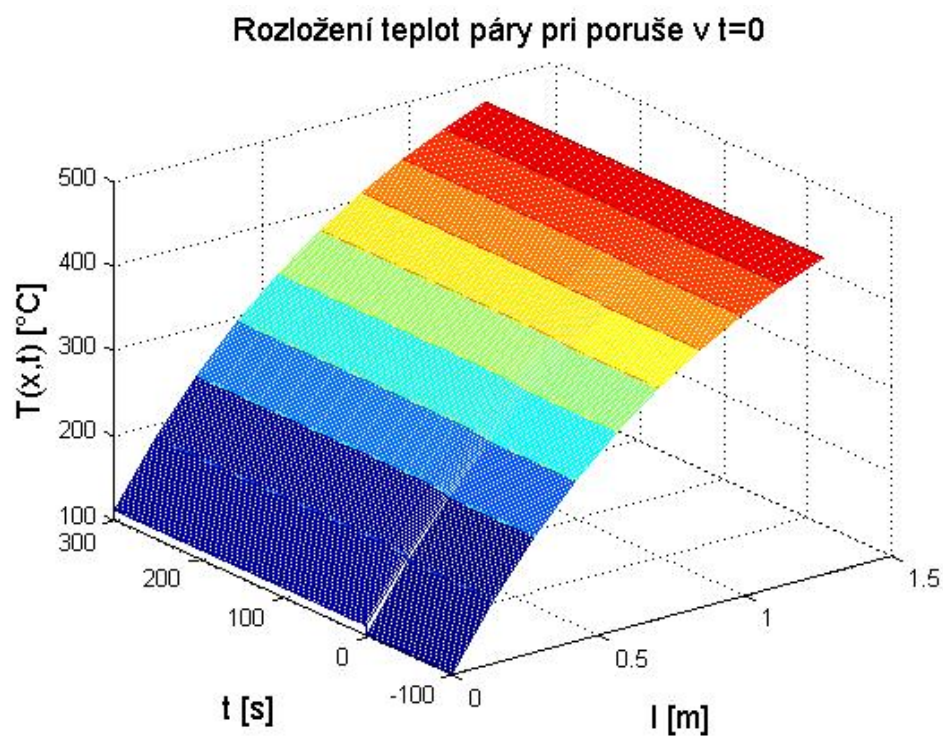
Generování odezev na poruchu se realizovalo v době simulace kdy byl matematický model výměníku v ustáleném stavu, což je na *Obr. 4*. Tomu odpovídal čas cca. 200 vteřin po startu výpočtu modelu. Pak se v tomto čase skokově zvedla teplota páry o 10°C. Tímto se získala přechodová odezva, která se použila na identifikaci výměníku jako soustavy, kterou je třeba regulovat.



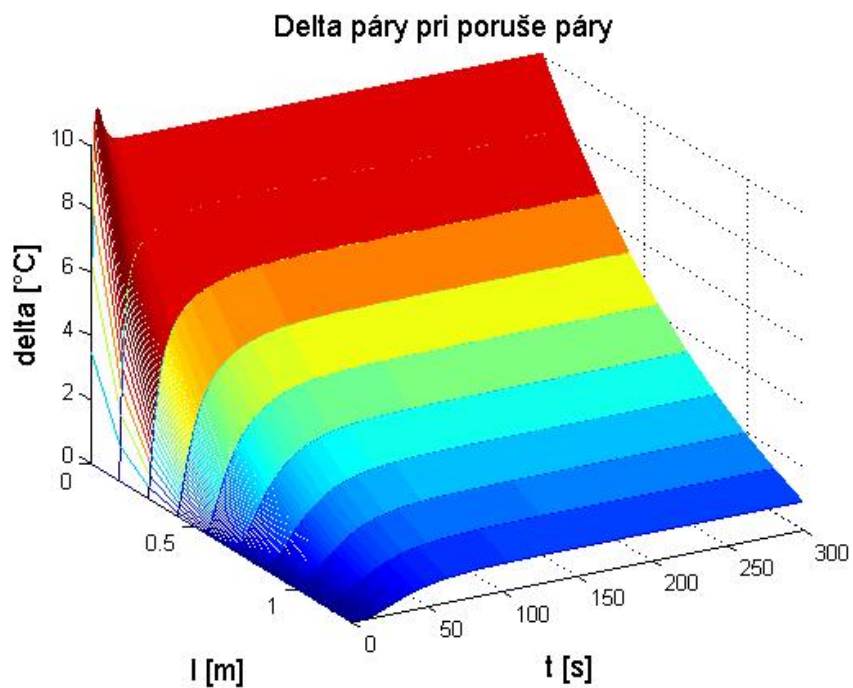
*Obr. 4: Rozložení teplot po délce výměníku v ustáleném stavu*

Na *Obr. 5* se nachází rozložení teploty páry v čase a po délce výměníku, a to před a po poruše na páře. Změna teploty na výstupu výměníku je nepatrná a je tomu stejně jak u spalin tak u stěny. Proto se tyto matice hodnot teplot normalizovaly podle hodnot před poruchou. Po výpočtu vznikly matice, kdy jejich prvky udávají přírůstek teploty po vzniku poruchy. To je zobrazeno na *Obr. 6* a také v přílohách na *Obr. 19* a *Obr. 20*.

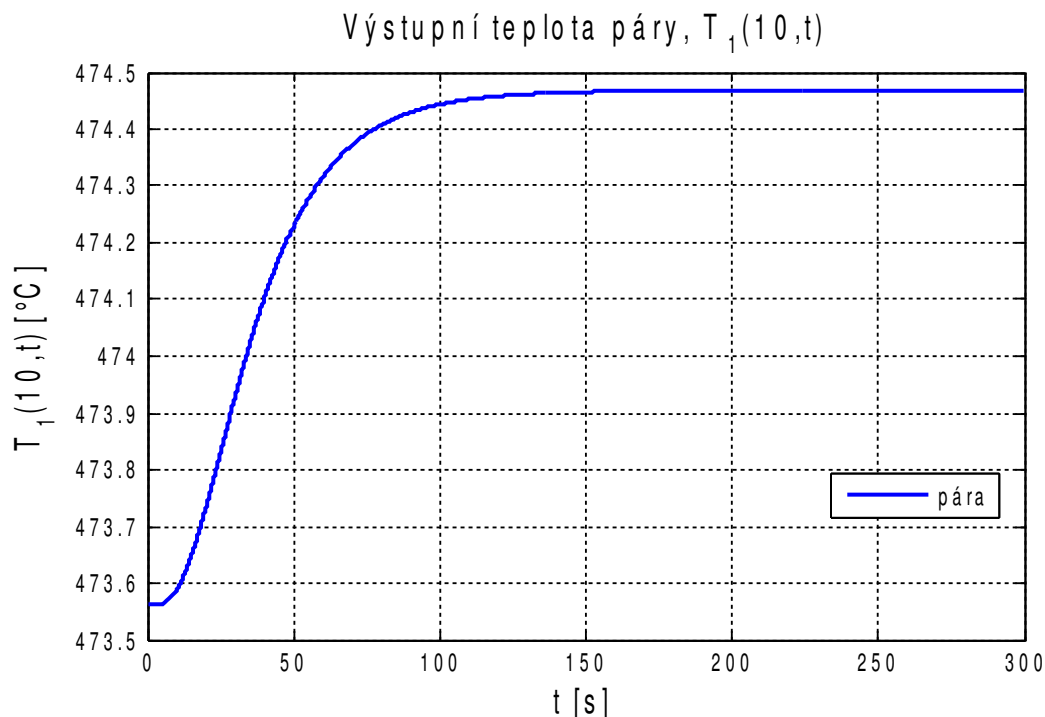
Je zde uveden taky 2D graf páry, *Obr. 7*, s teplotou která je v posledním řeze výměníku. Tato křivka se použila pro analýzu soustavy výměníku. Jedná se o odezvu soustavy na skokovou změnu vstupní teploty páry  $T_1(0, t)$ , při konstantním vstupní teplotě spalin  $T_2(10, t)$



Obr. 5: Rozložení teplot páry páry po poruše páry



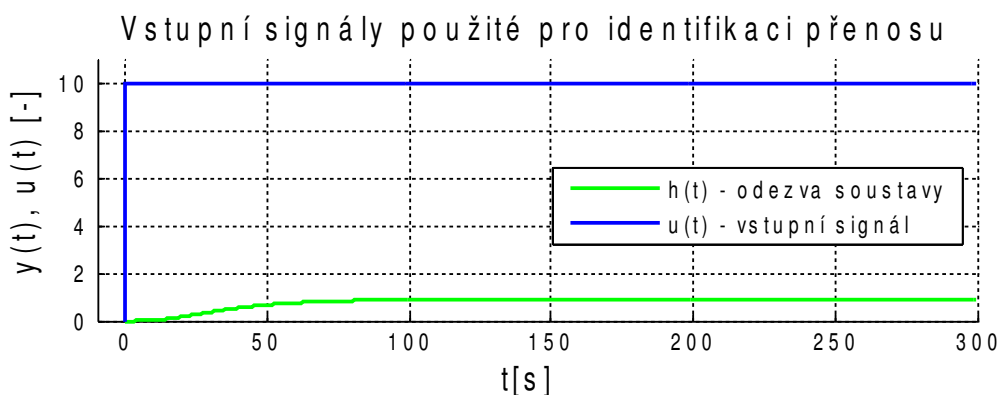
Obr. 6: Příklad teploty páry páry po poruše páry



Obr. 7: Přechodová charakteristika výměníku

## 4 Identifikace soustavy

Při identifikaci výměníku jako soustavy se provádí identifikace pro daný pracovní bod, protože výměník je nelineární soustava. Taktéž vycházíme ze zjednodušeného modelu, tří parciálních diferenciálních rovnic, které jsou modelem reálného výměníku v daném pracovním bodě. Proto bylo nutné přechodovou charakteristiku přepočíst pro přírůstkový model identifikace, kde se od funkčních hodnot v celém časovém měřítku odečte počáteční hodnota teplota páry. To samé se provede na vstupním signálu  $u(t)$ , Obr. 8.



Obr. 8: Vstupní signál pro identifikovanou soustavu, a Přechodová charakteristika pro modelu výměníku

Jak již bylo řečeno, identifikace soustavy vychází z Obr. 8. Pro identifikaci výměníku použijeme numerickou metodu identifikace, metodu ploch.

### 4.1 Metoda ploch

Pomocí metody ploch aproximujeme přechodovou charakteristiku výměníku pomocí přenosu ve tvaru:

$$G(s) = \frac{K}{a_n s^n + \dots + a_1 s + 1} = \frac{K}{1 + \sum_{i=1}^n a_i s^i} = \frac{K}{N(s)} \quad (28)$$

Pro skokovou změnu na vstupu  $u(t) = n_\infty \cdot \eta(t)$  je odezva systému rovna

$$y(t) = L^{-1} \left\{ \frac{K}{N(s)} \cdot \frac{u_\infty}{s} \right\} \quad (29)$$

Pro  $t \rightarrow \infty$  platí pro ustálenou hodnotu výstupu

$$y_\infty = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{K}{N(s)} \cdot \frac{u_\infty}{s} = K \cdot u_\infty \quad (30)$$

Odtud zesílení  $K$  lze stanovit poměrem ustálených hodnot výstupu a vstupu

$$K = \frac{y_\infty}{u_\infty} \quad (31)$$

Metoda ploch vychází z postupného výpočtu neznámých koeficientů modelu soustavy pomocí výpočtu dále definovaných ploch.

Obecně pro plochu  $S_i$  platí

$$S_i = \sum_{j=0}^{i-1} S_{i-1-j} M_j + M_{i-1} \quad (32)$$

Koeficienty přenosu jsou určeny z  $i$ -té plochy pomocí vztahů

$$a_i = \frac{S_i}{K}, \text{ pro } i = 1, 2, \dots \quad (33)$$

Při aplikaci metody ploch je přechodová charakteristika postupně aproximována odezvami modelu vyššího řádu. Postupný výpočet koeficientů  $a_i$  vede ke zpřesňování hledaného modelu. Výpočet se ukončí po dosažení dostatečně přesného modelu, případně když vypočtený koeficient je již zanedbatelně malý. Maximální řád modelu je určen řádem ještě kladné plochy  $S_i$ . Jakmile vyjde plocha  $S_i$  záporná, je nutno výpočet ukončit.

[4], [9]

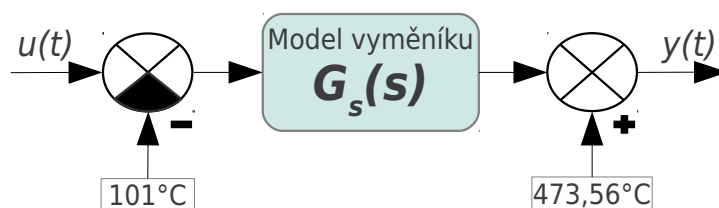


#### 4 Identifikace soustavy

Výpočet přenosu  $G(s)$  modelu výměníku se prováděl pro polynom  $N(s)$  třetího řádu, jelikož nižší řád neposkytl postačující výsledek. Skript je uveden v příloze na CD.

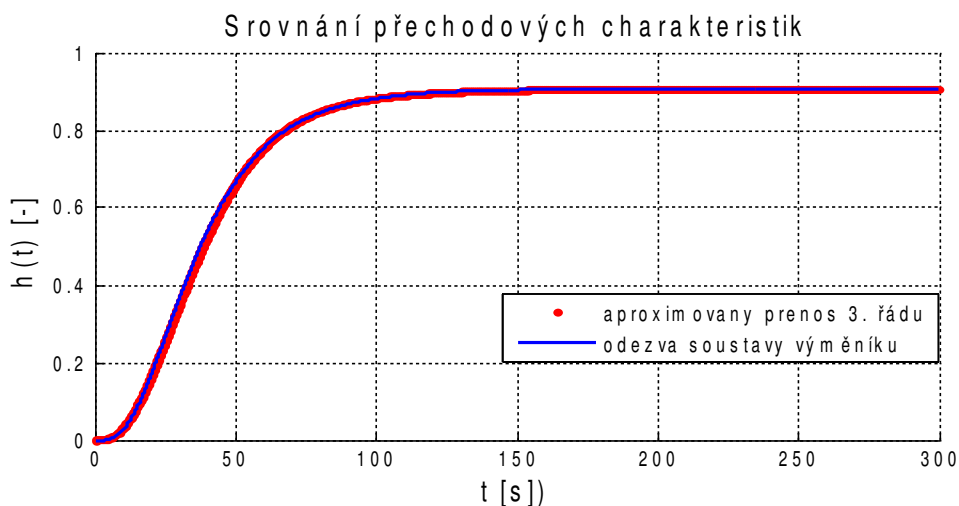
Soustava byla identifikována přenosem (34), platným pro schema soustavy na Obr. 9,

$$G_s(s) = \frac{0.09065}{2789s^3 + 514.7s^2 + 40.11s + 1} \quad (34)$$



Obr. 9: Přírůstkový model výměníku

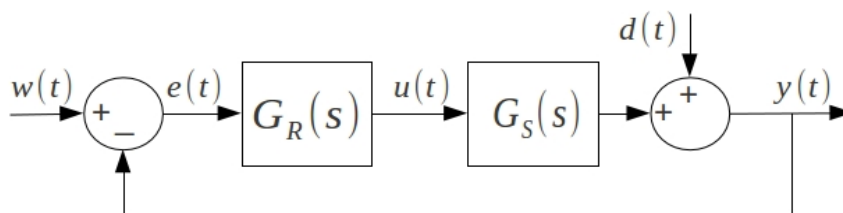
Na Obr. 10 je vidět grafické porovnání přechodové charakteristiky modelu výměníku a aproximované soustavy. Aproximovaná soustava má dva komplexně sdružené póly a jeden reální pól, viz Obr. 21. Všechny póly mají zápornou reální část, z toho plyne, že soustava je stabilní. Na Obr. 22 se nachází její přechodová charakteristika.



Obr. 10: Grafické srovnání přechodových charakteristik výměníku a aproximovaného přenosu 3. řádu

## 5 Návrh regulátoru

Úlohou regulátoru je řídit soustavu tak, aby regulační odchylka byla v ideálním případě nulová, a nebo co nejmenší. Při návrhu regulátoru vycházíme z obecného schematu ,Obr. 11, se zápornou zpětnou vazbou.



Obr. 11: Spojitý regulační obvod

Cílem syntézy regulačního obvodu z Obr. 11 je určit vhodný regulátor s přenosem  $G_R(s)$  a takové seřízení, aby pro danou regulovanou soustavu s přenosem  $G_S(s)$  pro přenos řízení  $G_{wy}$  a  $G_{dy}$  platilo

$$G_{wy} = \frac{Y}{W} \rightarrow 1, \quad G_{dy} = \frac{Y}{D} = 1 - G_{wy} \rightarrow 0. \quad (35)$$

Z těchto vztahů vyplývá, že pokud poruchová veličina  $d(t)$  působí na výstupu regulované soustavy, pak zajištěním vhodných vlastností přenosu řízení  $G_{wy}(s)$  budou současně splněny i vhodné vlastnosti přenosu poruchy  $G_{dy}(s)$ . Z tohoto důvodu se budou všechny následující metody syntézy regulačního obvodu uvažovat pouze pro přenos řízení  $G_{wy}(s)$  (36).

[5]

$$G_{wy}(s) = \frac{G_R(s) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} = \frac{G_O}{1 + G_O} \quad (36)$$

Pro návrh regulátoru v dalším bodě je použit aproximovaný přenos (34).

### 5.1 Metoda standardního tvaru frekvenční charakteristiky otevřeného obvodu

U této metody se vychází z požadovaného průběhu logaritmické amplitudové a fázové frekvenční charakteristiky přenosu otevřeného obvodu  $G_O(\omega)$ . Na tento průběh jsou stanoveny dva základní požadavky:

- co největší hodnota ( $\omega_f$  pro rychlost přechodového děje),
- co největší fázová bezpečnost  $30^\circ$  až  $60^\circ$  (pro dosažení malého překmitu přechodové charakteristiky).

Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika  $G_O(\omega)$  musí protínat osu 0dB pod sklonem -20dB/dek v co nejširším okolí  $\omega_f$ , ( $\omega_f$  je kmitočet, při kterém amplitudová frekvenční charakteristika  $G_O(\omega)$  protíná osu 0dB).

[4]

Při reálném návrhu dodržení těchto podmínek obvykle není možné, proto se hledá kompromis mezi těmito požadavky. Vždy jeden na úkor jiného. Pak se vychází z hlavních požadavků na danou soustavu. A to rychlost reakce soustavy, překmit přechodové charakteristiky a další.

#### 5.1.1 Návrh ideálního PI regulátoru podle standardního tvaru frekvenční charakteristiky

Snahou je pomocí PI regulátoru vykompenzovat v přenosu soustavy výměníku (37) největší časovou konstantu a nalezení vhodného zesílení regulátoru.

$$G_S(s) = \frac{0.09065}{2789s^3 + 514.7s^2 + 40.11s + 1} \quad (37)$$

Proto je hledán přenos ve tvaru s časovými konstantami, (38). Po přepočtu jmenovatele na póly dostaneme jeden reálný pól a dva komplexně sdružené (39). Dále po vynásobení komplexních pólů, (40), je vidět soustavu prvního řádu v sérii se soustavou druhého řádu.

$$G_S(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)(T_3s + 1)} \quad (38)$$

$$G_S(s) = \frac{0.09065}{(s + 0.0435)(s + 0.0705 + 0.0572i)(s + 0.0705 - 0.0572i)} \quad (39)$$

$$G_S(s) = \frac{0.09065}{(s + 0.0435)(s^2 + 0.141s + 0.008244)} \quad (40)$$

$$G_S(s) = \frac{252.89}{(23s + 1)(121.31s^2 + 17.11s + 1)} \quad (41)$$

Po jednoduché matematické úpravě, přenosu

## 5 Návrh regulátoru

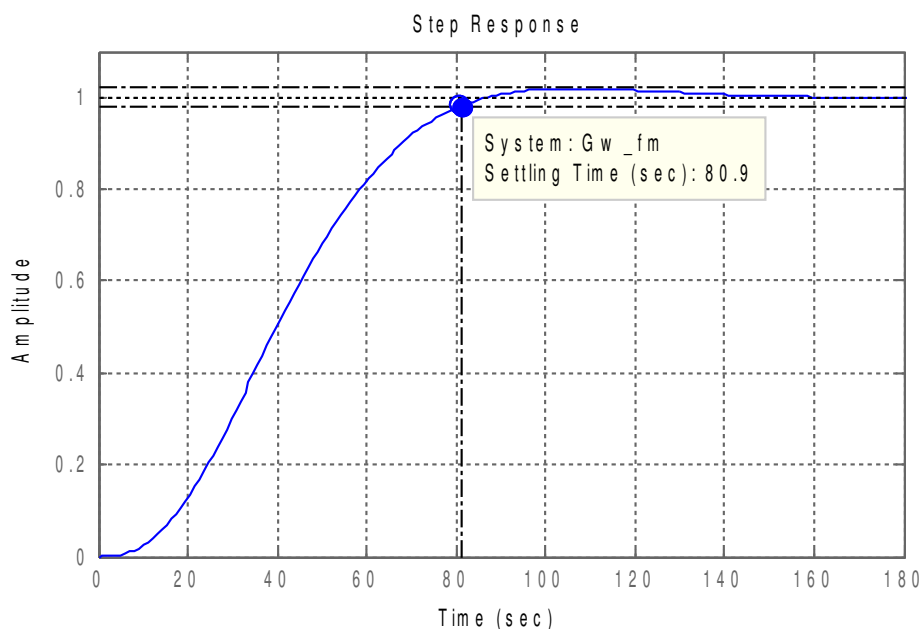
(40), na tvar časových konstant dostaneme přenos (41). Po užití vztahu (42), pak dopočteme časovou konstantu, a také koeficient tlumení pro soustavu 2 řádu.

$$\begin{aligned} T^2 s^2 + 2 T \xi s + 1 &\rightarrow (121.31 s^2 + 17.11 s + 1) \\ \xi &= 0.7767 \\ T_1 &= 23 \quad T_2 = 11.014 \end{aligned} \quad (42)$$

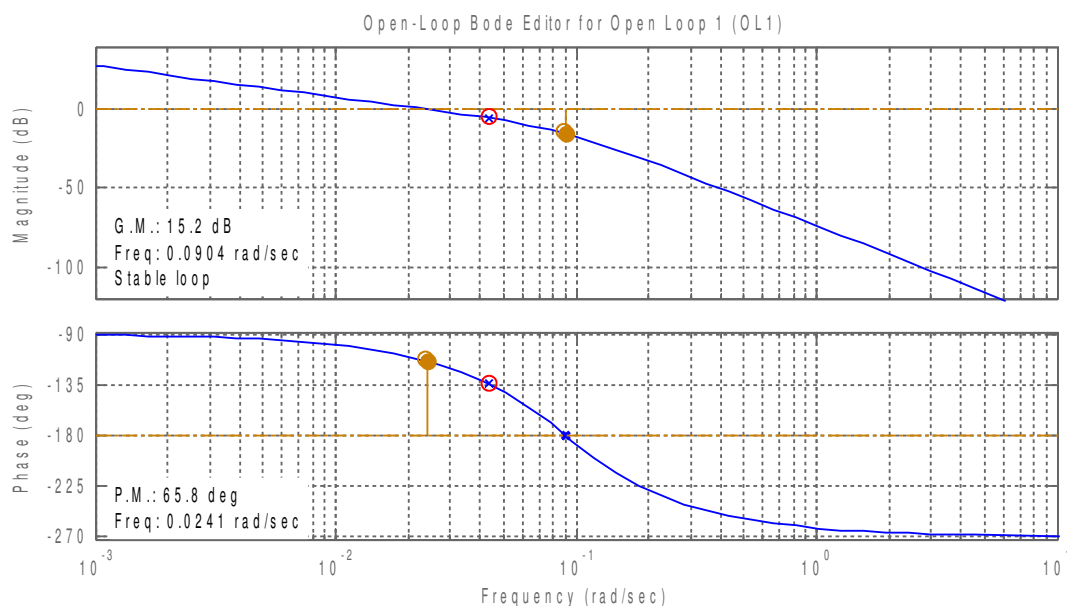
Samotný návrh regulátoru byl prováděn pomocí grafické editace ,Obr. 13, frekvenčních charakteristik otevřené regulační smyčky soustavy s PI regulátorem v prostředí MATLAB. Užije se k tomu grafické rozhraní toolboxu „Sisotool“. Zde byla graficky editována výsledná Logaritmická a Amplitudová frekvenční charakteristika (LAFFCH) otevřeného regulačního obvodu  $G_O(\omega)$  .

Přenos navrženého PI regulátoru (43) je výsledkem návrhu, kdy uzavřená regulační soustava dosáhla co nejmenšího překmitu a současně co nejkratší doby dosáhnutí žádané hodnoty  $w(t)$  (rychlost regulace).

$$G_{Rf}(s) = \frac{6.145 s + 0.271}{s} \quad (43)$$



Obr. 12: Přechodová charakteristika uzavřené regulační smyčky, pro návrh podle standardního tvaru frekvenčních charakteristik



Obr. 13: Grafické seřizování frekvenčních charakteristik, podle standardního tvaru frekvenčních charakteristik pomocí grafického rozhraní „Sisotool“

## 5.2 Metoda optimálního modulu

Metoda je odvozena z podmínky minima kvadratické regulační plochy. Má-li být splněn cíl řízení  $G_w(s) \rightarrow 1$ , ku kterému se jenom můžeme přiblížit, pak musí být splněno:

- $G_w(j\omega) \rightarrow 1 \rightarrow A_w(\omega) \rightarrow 1$ .
- Amplituda  $A_w(\omega)$  se pokud možno v co největším rozsahu frekvencí blíží 1, a aby monotónně klesala bez rezonance, pro optimální přechodný děj.

Podobný průběh musí mít i druhá mocnina  $A_w^2(\omega) \rightarrow 1$ .

Uvažujeme-li přenos řízení ve tvaru:

$$G_w(j\omega) = \frac{b_m j(\omega)^m + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{a_m j(\omega)^m + \dots + a_1(j\omega) + a_0} \quad (44)$$

pak pro druhou mocninu modulu platí vztah:

$$|G_w(j\omega)|^2 = \frac{B_m(\omega)^{2m} + B_{(m-1)}(\omega)^{(2m-1)} + \dots + B_1(\omega)^2 + B_0}{A_n(\omega)^{2m} + A_{(n-1)}(\omega)^{(2n-1)} + \dots + A_1(\omega)^2 + A_0} \quad (45)$$

kde pro  $A_i$ ,  $B_i$  a  $a_i$ ,  $b_i$  platí vztahy:

## 5 Návrh regulátoru

$$A_i = a_i^2 + 2 \sum_{j=1}^i (-1)^i a_{(i-j)} a_{(i+j)} \quad (46)$$

$$B_i = b_i^2 + 2 \sum_{j=1}^i (-1)^i b_{(i-j)} b_{(i+j)} \quad (47)$$

Úplnou nezávislost absolutní hodnoty frekvenčního přenosu na kmitočtu bychom dostali, kdyby stupeň čitatele byl roven stupni jmenovatele a kdyby platilo  $\frac{B_0}{A_0} = \frac{B_1}{A_1} = \dots = \frac{B_i}{A_i}$ . Tato podmínka však nebývá splněna. Pro vyhovující průběh regulačního pochodu stačí, aby byla splněna podmínka

$$A_i B_i = A_0 B_i \quad i = 1, \dots, \alpha \quad (48)$$

kde  $\alpha$  je počet stavitelných parametrů regulátoru.

Součinitele  $A_i$ ,  $B_i$  jsou funkcemi stavitelných parametrů regulátoru, rovněž tak i  $a_i$ ,  $b_i$ . Relace mezi nimi tvoří vztahy (46), (47). Řešením těchto vztahů získáme hodnoty stavitelných parametrů regulátoru. Kritérium optimálního modulu v sobě nezahrnuje podmínku stability regulačního obvodu, které je třeba dodatečně kontrolovat.

[6]

### 5.2.1 Návrh ideálního PI regulátoru podle metody optimálního modulu

Ideální regulátor PI je popsán přenosem:

$$G_R(s) = r_0 + \frac{r_i}{s} = \frac{r_0 s + r_i}{s} \quad (49)$$

Nejprve se určí přenos řízení  $G_W(s)$  uzavřeného regulačního obvodu podle Obr. 11, s ideálním PI regulátorem popsaným rovnicí (49). Pro přenos řízení  $G_W(s)$  platí následující vztah:

$$\begin{aligned} G_W(s) &= \frac{G_R(s) \cdot G_S(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s)} = \frac{\frac{r_0 s + r_i}{s} \cdot \frac{0.09065}{2789 s^3 + 514.7 s^2 + 40.11 s + 11}}{1 + \frac{r_0 s + r_i}{s} \cdot \frac{0.09065}{2789 s^3 + 514.7 s^2 + 40.11 s + 11}} = \\ &= \frac{r_0 s + r_i}{30774.3 s^4 + 5678.8 s^3 + 442.4 s^2 + (r_0 + 11) s + r_i} \end{aligned}$$

Z tohoto přenosu jsou vyjádřené jednotlivé koeficienty  $A_i$ ,  $B_i$  pomocí vztahů (46), (47):

## 5 Návrh regulátoru

---

$$A_0 = a_0^2 = r_i^2$$

$$B_0 = b_0^2 = r_i^2 \quad B_1 = r_0^2$$

$$A_1 = a_1^2 - a_0 a_2 = (r_0 + 11)^2 - 2r_1 \cdot 442.4 = r_0^2 + 22r_0 - 884.4r_i + 121$$

$$A_2 = a_2^2 - a_1 a_3 + 2a_0 a_4 = 61548.6r_i - 11357.6r_0 + 70784.16$$

Následně se koeficienty dosazují do rovnice, pro postačující podmínku návrhu metodou optimálního modulu (47), z které plynou tyto dvě rovnice:

$$B_0 A_1 = B_1 A_0$$

$$A_2 B_0 = 0$$

$$r_i^2 (r_0^2 + 22r_0 - 884.4r_i + 121) = r_i^2 r_0^2 \quad (70784.16 - 11357.6r_0 + 61548.6r_i) r_i^2 = 0 \quad (50)$$

Řešením těchto rovnic (50), obdržíme optimální hodnoty stavitelných parametrů regulátoru, které jsou rovny:

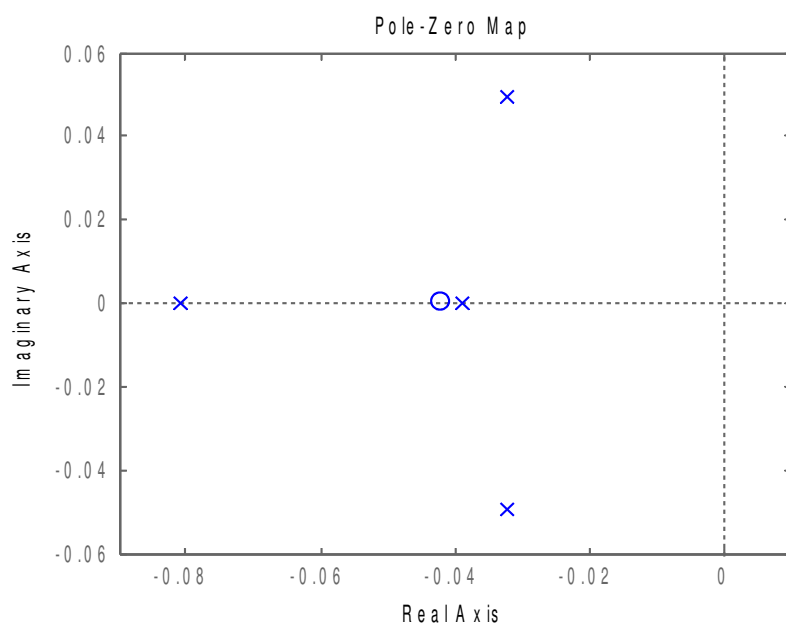
$$r_0 = 8,05936 \quad (51)$$

$$r_i = 0,337145$$

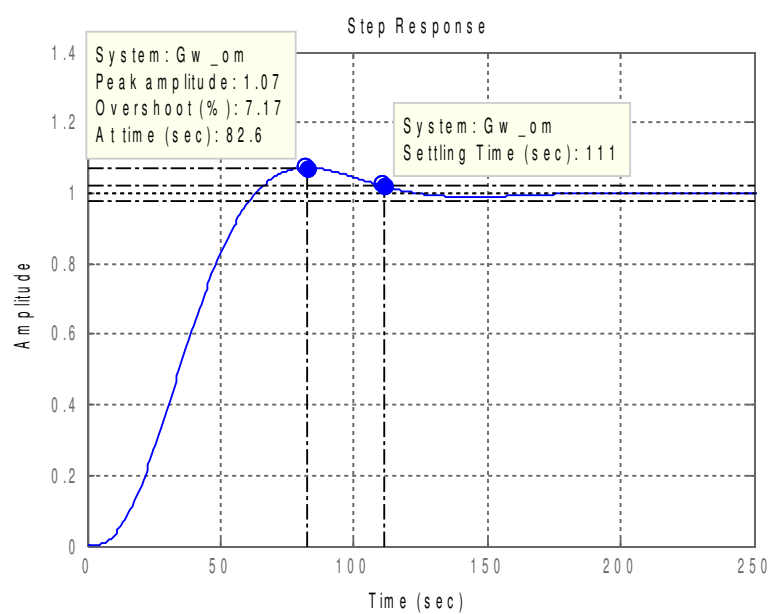
a po dosazení do (49) je přenos navrženého regulátoru metodou optimálního modulu:

$$G_{Rm}(s) = \frac{8.05936 s + 0.337145}{s} \quad (52)$$

Pro tuto metodu návrhu ještě zbývá ověřit stabilitu uzavřeného regulačního obvodu  $G_w(s)$ . A to je provedeno posouzením kořenu polynomu jmenovatele přenosu řízení. Pro jednoduchost je voleno grafické řešení pomocí funkce Matlabu „pzmap()“, která zobrazí nuly a póly. Na Obr. 14 je vidět že nuly a póly přenosu leží v levé části od imaginární osy. Z toho plyne, že mají zápornou reálnou část, a tudíž uzavřený regulační obvod je stabilní.



Obr. 14: Nuly a póly uzavřené regulační smyčky, pro návrh regulátoru metodou Optimálního Modulu



Obr. 15: Přechodová charakteristika uzavřeného regulačního obvodu, s regulátorem navrženým metodou optimálního modulu

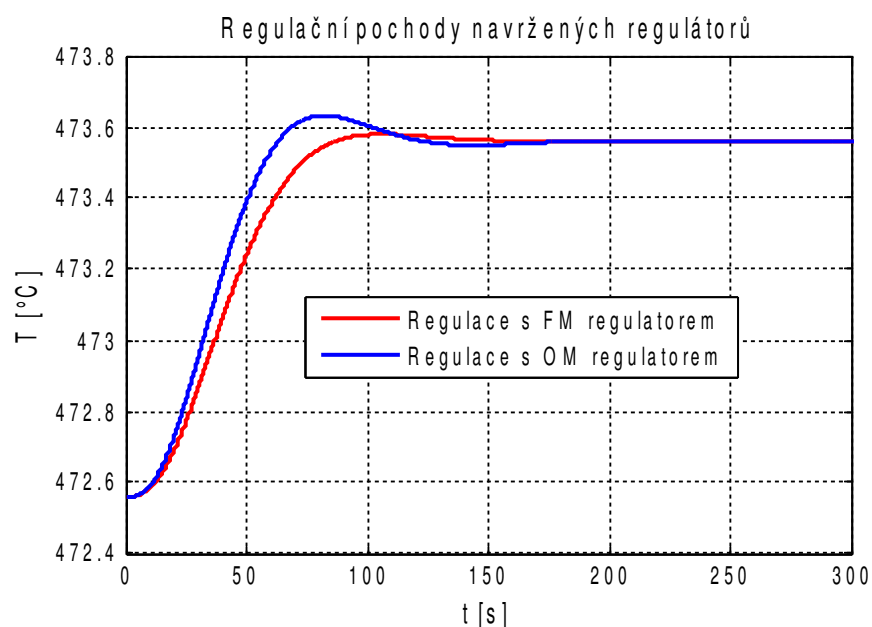


## 6 Kvalita regulace

Pro zhodnocení regulace se provedl simulační výpočet kvadratického integračního kritéria, jelikož regulátor navržený metodou optimálního modulu obsahuje zákmit. Výpočet kritéria regulace je proveden v Simulinku, pro oba navržené regulátory. Výpočet je prováděn při jednotkovém skoku do pracovního bodu, jelikož se jedná o nelineární soustavu, kdy jsou regulátory navrhovány pro regulaci soustavy do pracovního bodu. Schéma zapojení je uvedeno v příloze na Obr. 25.

Zde jsou uvedeny hodnoty kvadratického kritéria pro metodu:

- Optimálního modulu: **26.92**
- Standardního tvaru frekvenčních charakteristik: **30.85**.

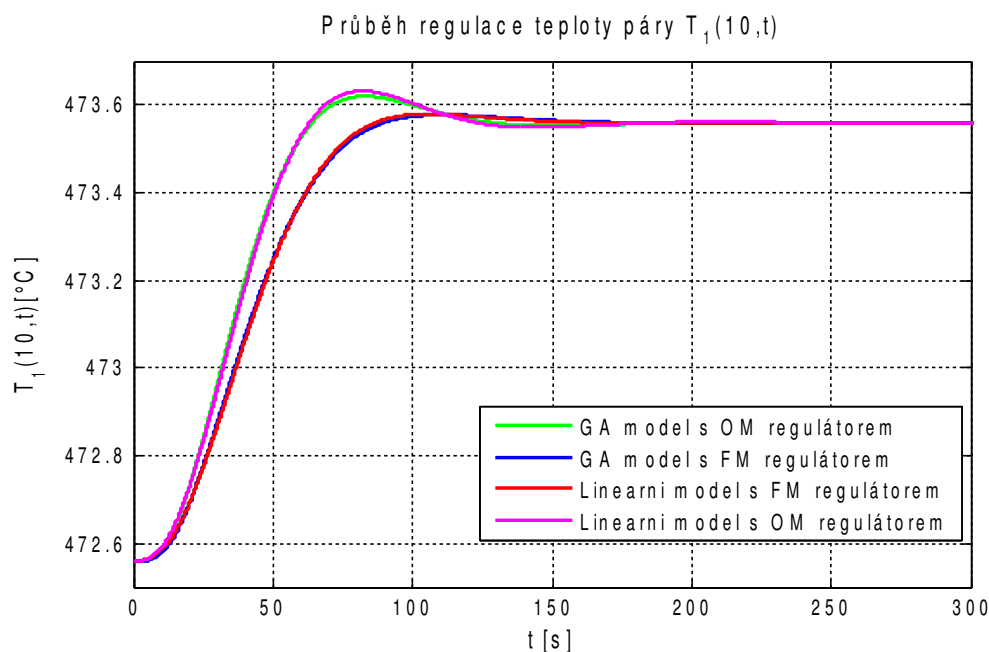


Obr. 16: Přechodové odezvy na kterých je počítáno kvadratické regulační kritérium

Dle uvedených výsledků by se mohlo zdát že seřízení regulátoru metodou optimálního modulu je to lepší řešení, jenomže v případě, kdy se jedná o výkonná tepelná zařízení, jako je tepelný výměník respektive přehřívák páry, není žádoucí veliký tepelný přechod při regulaci. Proto by bylo vhodnější užití regulátoru seřízeného dle frekvenčních charakteristik.

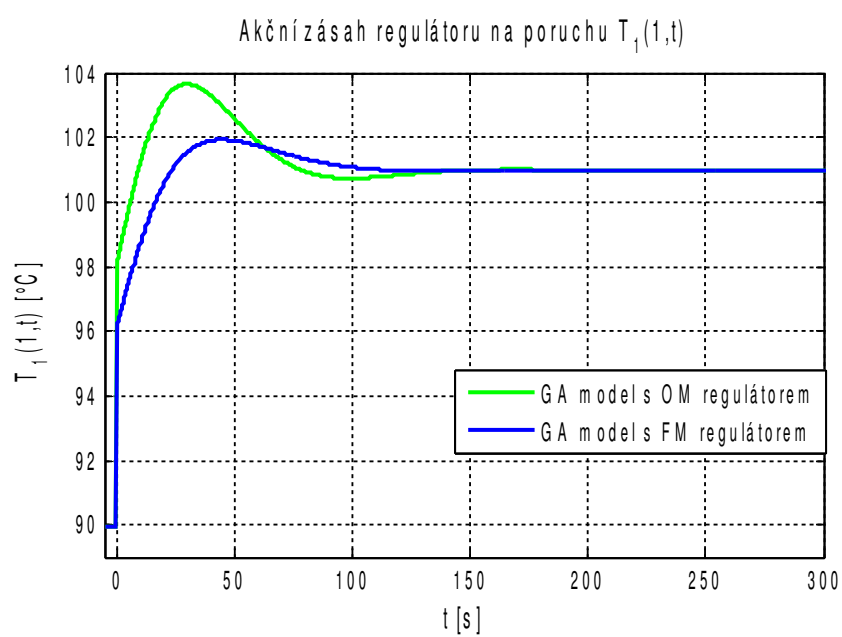
### 6.1 Ověření regulace na modelu v Simulinku

K mé bakalářské práci byl poskytnut model pro ověření protiproudého výměníku který byl vytvořen v rámci projektu GAČR č. 102/09/1003. Tento model (dále zkráceně: GA) je vytvořen pro Simulink jako funkční blok, což umožňuje na řešení použít různé metody řešení implementované v Simulinku [8][9]. Níže jsou uvedené výsledky simulace, které byly provedeny na tomto modelu a k porovnání jsem přidal do grafu také výsledky získané z linearizovaného modelu. Tyto dvě simulace měly shodné vstupní parametry teplot, Obr. 17.



Obr. 17: Srovnání linearizovaného modelu a poskytnutého bloku

Jak je z Obr. 17 vidět, průběhy regulace mají stejný dynamický průběh. Liší se jenom patrně, a to numerickou přesností výpočtu. Na Obr. 18 se nachází průběh regulačního zásahu regulátoru, kde si můžeme všimnout, že nepatrnému překmitu u regulované veličiny na Obr. 17 odpovídá procentuálně mnohem větší akční překmit regulátoru. Důvod je možné najít v samotné metodě optimálního modulu, kdy z teorie by měl být výsledkem přenos, který se co nejvíce přibližuje přenosu rovné 1. To pak na vypočtený přenos uzavřeného regulačního obvodu přibližně platí, ale jenom do určitého uhlového kmitočtu, jak je tomu na Obr. 24. Pak se na tomto kmitočtu nachází zlom a LAFCH klesá -20dB/dek. Může se zde objevit i rezonanční převýšení, což pak vede k zákmitům při regulaci. V našem případě by se dalo říci, že překmit je zapříčiněn nedostatečným zohledněním časových konstant soustavy.



Obr. 18: Průběhy akčních veličin při simulaci na GA modelu

## 7 Závěr

K závěru hodnotím tuto práci jako přínos v oblasti simulace, protože v dnešní době je výhodnější daný produkt odsimulovat a až pak postavit prototyp pro ověření. Sníží se tím časová ztráta vývojářů a zvětší efektivita a rychlost realizace produktu.

Prací jsem si ozřejmil implementaci parciálních diferenciálních rovnic, kterými se tyto systémy s distribuovanými parametry popisují. Taktéž jsem si osvojil požadavky, které je nutno při simulaci dodržet. Jedná se obzvlášť o zvolení vhodného integračního kroku pro implementovanou výpočetní metodu, kdy při velkém integračním kroku přestal být numerický výpočet matematického modelu stabilní. Měl jsem možnost použít znalosti z oblasti identifikace soustav a návrhu regulátorů.

Matematický model byl primárně řešen prostřednictvím metody Runge-Kutta 4. řádu, avšak pro ověření navržených regulátorů byl využit funkční blok modelu v Simulinku, který byl převzat z GAČR 102/09/1003. Tento blok obsahuje stejné parciální diferenciální rovnice jako popisovaný matematický model. Řešení tohoto modelu je řešeno vlastním matematickým řešičem v Simulinku.

Pro návrh regulátoru byl použit linearizovaný model se soustředěnými parametry. Proto byl model linearizován do pracovního bodu. Tento pracovní bod byl vypočten jako ustálený stav výměníku s parametry zadanými v kapitole 3.1. Při porovnání linearizovaného modelu a modelu s distribuovanými parametry, viz. Obr. 17 lze vidět, že pro oba typy regulátorů jsou si charakteristiky podobné.

Skutečný regulační obvod výměníku páry obsahuje dvě regulační smyčky. První regulační smyčka označovaná jako hlavní má za úkol udržovat konstantní teplotu páry na výstupu výměníku. Druhá regulační smyčka má za úkol udržovat konstantní teplotu páry na vstupu výměníku. Jejím dalším úkolem je kompenzovat vliv poruch, jež se mohou vyskytovat ve vstupující páře. Syntéza této druhé regulační smyčky nebyla náplní této práce. Cílem této práce bylo navrhnout regulátor pro první regulační smyčku. Výstupem tohoto regulátoru je ve skutečnosti požadovaná hodnota teploty páry na vstupu výměníku a vstupuje do druhé regulační smyčky.

U zhodnocení kvality regulace je podstatné, že FM regulátor vyšel lépe než OM regulátor. Odpovídá tomu také doba ustálení přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu, kdy při užití OM regulátoru je to 111 sekund a při FM regulátoru 81 sekund. Příčinou je že, při návrhu FM regulátoru jsem stanovoval parametry přenosu regulátoru ručně dle odezvy soustavy, když to při návrhu metodou optimálního modulu byly pro výpočet použity odvozené numerické vztahy. Avšak dle logaritmické amplitudové fázové frekvenční charakteristiky byla základní myšlenka při návrhu OM regulátoru dodržena. Na Obr. 24 lze vidět, že amplitudová charakteristika přenosu řízení, jenž obsahuje OM regulátor, je rovna jedné do vyšších frekvencí

## 7 Závěr

---

než v případě přenosu řízení, který obsahuje regulátor navržený metodou standardního tvaru frekvenční charakteristiky.

Jelikož jsem se zabýval návrhem spojitých regulátorů, tak z hlediska dalšího vývoje řízení by bylo potřeba se zabývat převodem přenosů regulační smyčky z Laplaceovy transformace do Z-transformace, dále přidáním přenosu akčních členů malé regulační smyčky (ventily, aktuátory, vedení). To by vedlo k širší analýze problému regulace takového zařízení.

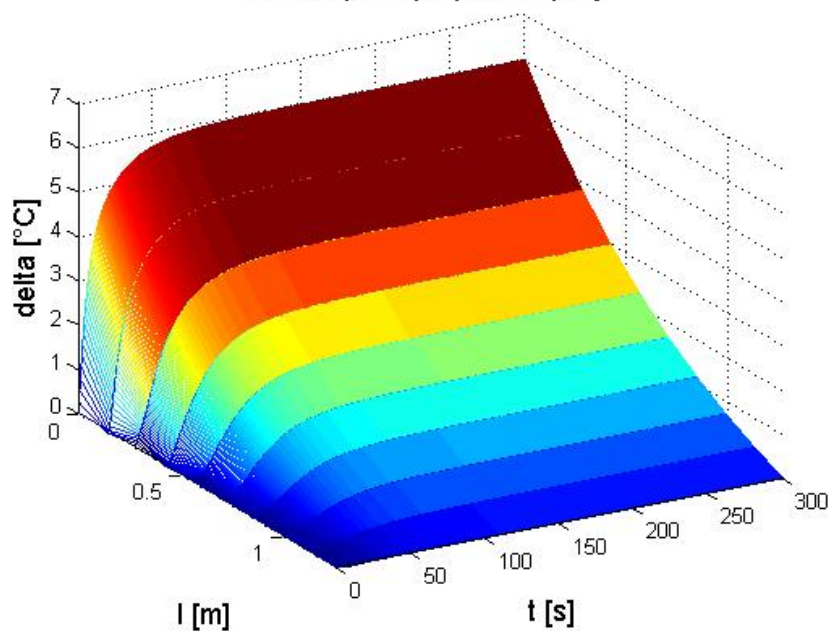
## 8 Seznam literatury

- [1] HERCÍK, R. *Modelování výměníku tepla*, Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava. Fakulta elektrotechniky a informatiky. Katedra Měřicí a řídicí techniky, 2009, 32 s. Vedoucí práce: Ing. Zdeněk Macháček, Ph. D.
- [2] HANUŠ, B. *Regulační charakteristiky přehřívачů páry u kotlů československé výroby*. [s.l.], č 1961. 6 s. Zpráva.
- [3] SLAVÍČEK, Oldřich. *Základní numerické metody*. 1964. vyd. Praha : SNTL, 1964 tisk. 350 s.
- [4] PIEŠ, M. *Regulace otáček stejnosměrného motorku*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava. Fakulta elektrotechniky a informatiky. Katedra Měřicí a řídicí techniky, 2006, 50 s. Vedoucí práce: Ing. Hana Soušková, Ph. D.
- [5] ŠULC, B., VÍTEČKOVÁ, M. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. 1. Vydání, Praha. Vydavatelství ČVUT, 2004. 333 s. ISBN 80-01-03007-5 .
- [6] Pedagogové katedry ATŘ, *Syntéza regulačních obvodů* [online]. c1999, poslední revize 2000 [cit. 20. 02. 2012], [http://www.352.vsb.cz/uc\\_texty/Synteza/index.htm](http://www.352.vsb.cz/uc_texty/Synteza/index.htm).
- [7] NEVŘIVA, P., OŽANA, Š., VILIMEC, L. The Finite Difference Method Applied for the Simulation of the Heat Exchangers Dynamics. In Mastorakis, Nikos E., et al. *RECENT ADVANCES IN SYSTEMS : Proceedings of the 13th WSEAS International Conference on SYSTEMS*. [s.l.] , Rhodos, Greece, July 22- 24, 2009 WSEAS Press, 2009. s. 109-114. ISBN 9789604740970. ISSN 17902769.
- [8] PIEŠ, M., OŽANA, Š. Modelování souproudého výměníku tepla v Simulinku s využitím s-funkcí. In Humusoft, s. r. o.. *Technical Computing Prague 2009: Sborník příspěvků 17. ročníku konference*. Praha: Humusoft, s. r. o., 2009. s. 81. 1xCDROM. Kongresové centrum ČVUT, Praha, November 14, 2009. Dostupný z WWW: <[http://dsp.vscht.cz/konference\\_matlab/MATLAB09/prispevky/081\\_pies.pdf](http://dsp.vscht.cz/konference_matlab/MATLAB09/prispevky/081_pies.pdf)>. ISBN 978-80-7080-733-0
- [9] NOSKIEVIČ, Petr. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: Montanex, 1999. ISBN 80-7225-030-2.
- [10] REKTORYS, Karel. a SOLUPRACOVÍNCI. *Přehled užití matematiky II*. ROČNÍK C (1995). Praha: Prometheus, 1995. ISBN 80-85849-62-3.

## 9 Přílohy

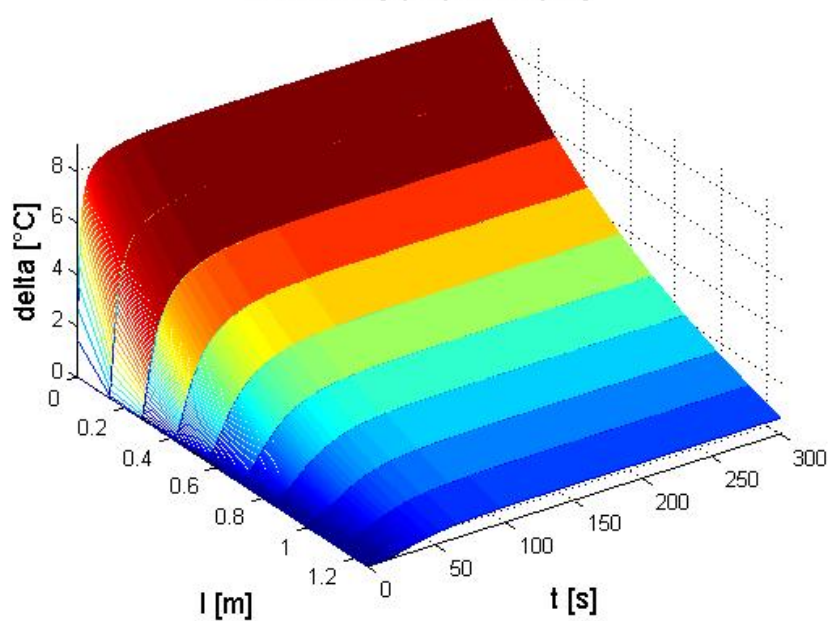
### I. Přírůstky teplot po poruše páry

Delta spalin pri poruše páry



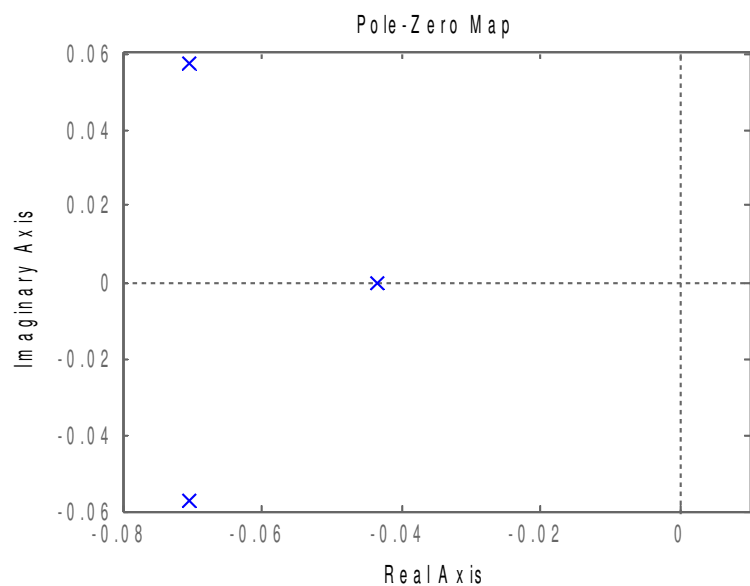
Obr. 19: Přírůstek teploty spalin po poruše páry

Delta stěny pri poruše páry

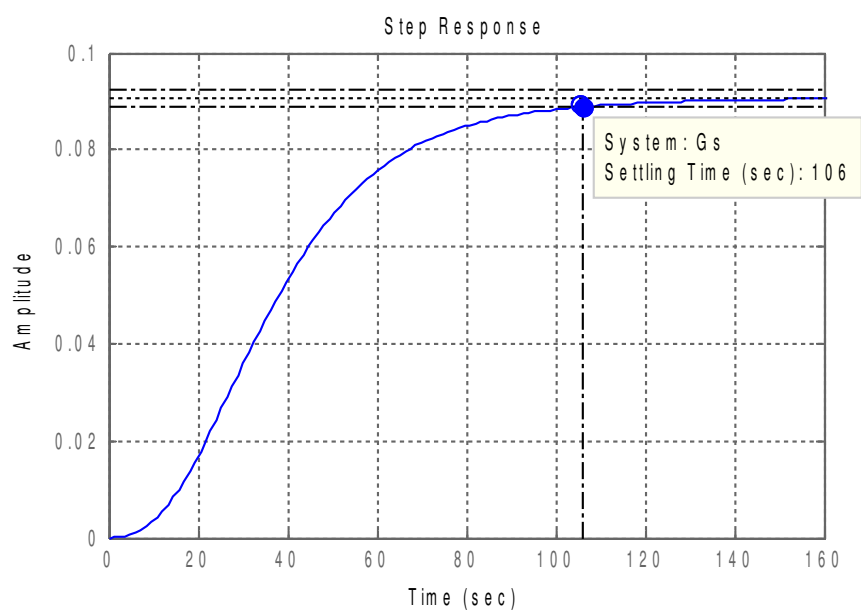


Obr. 20: Přírůstek teploty stěny po poruše páry

## II. Identifikovaná soustava



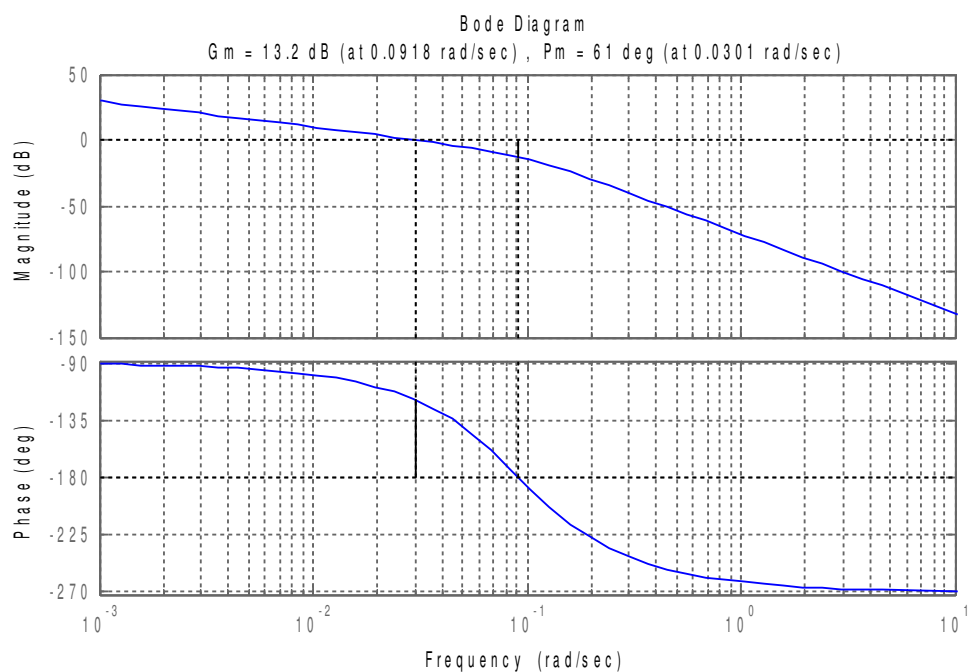
Obr. 21: Rozložení nul a pólů aproximované soustavy výměníku



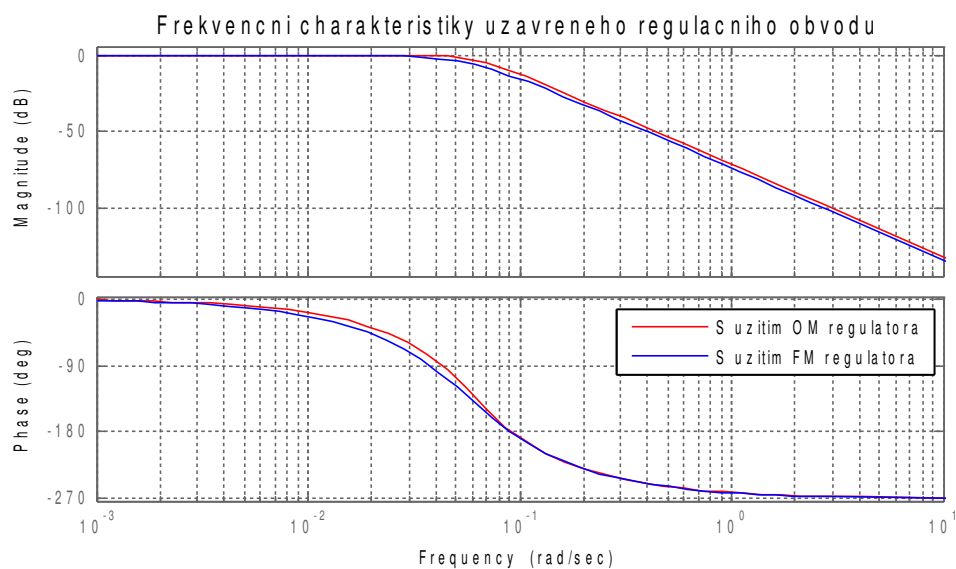
Obr. 22: Přejchodová charakteristika aproximované soustavy



### III. Regulační charakteristiky

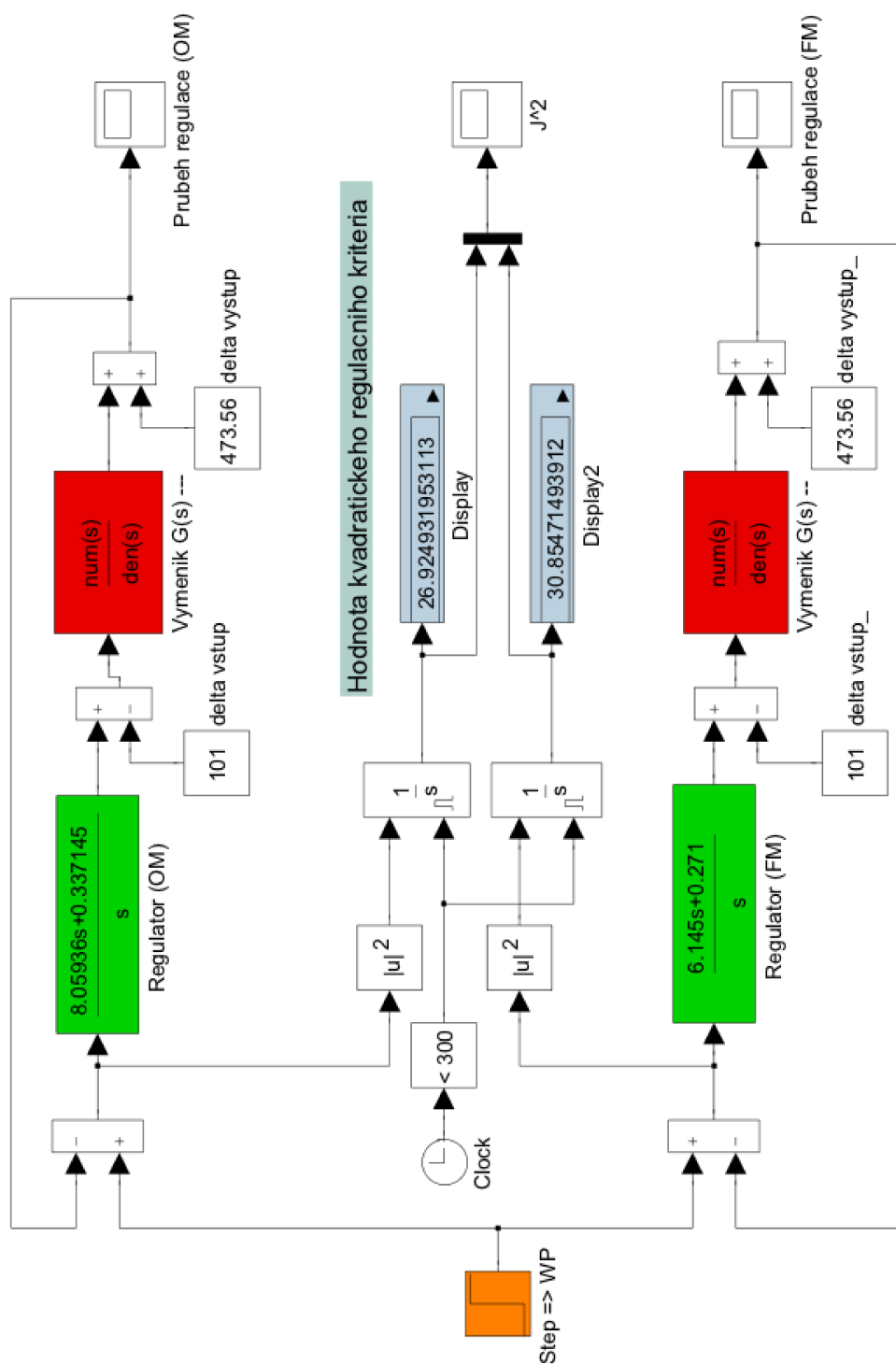


Obr. 23: LAFFCH otevřeného regulačního obvodu s regulátorem navrženým metodou optimálního modulu

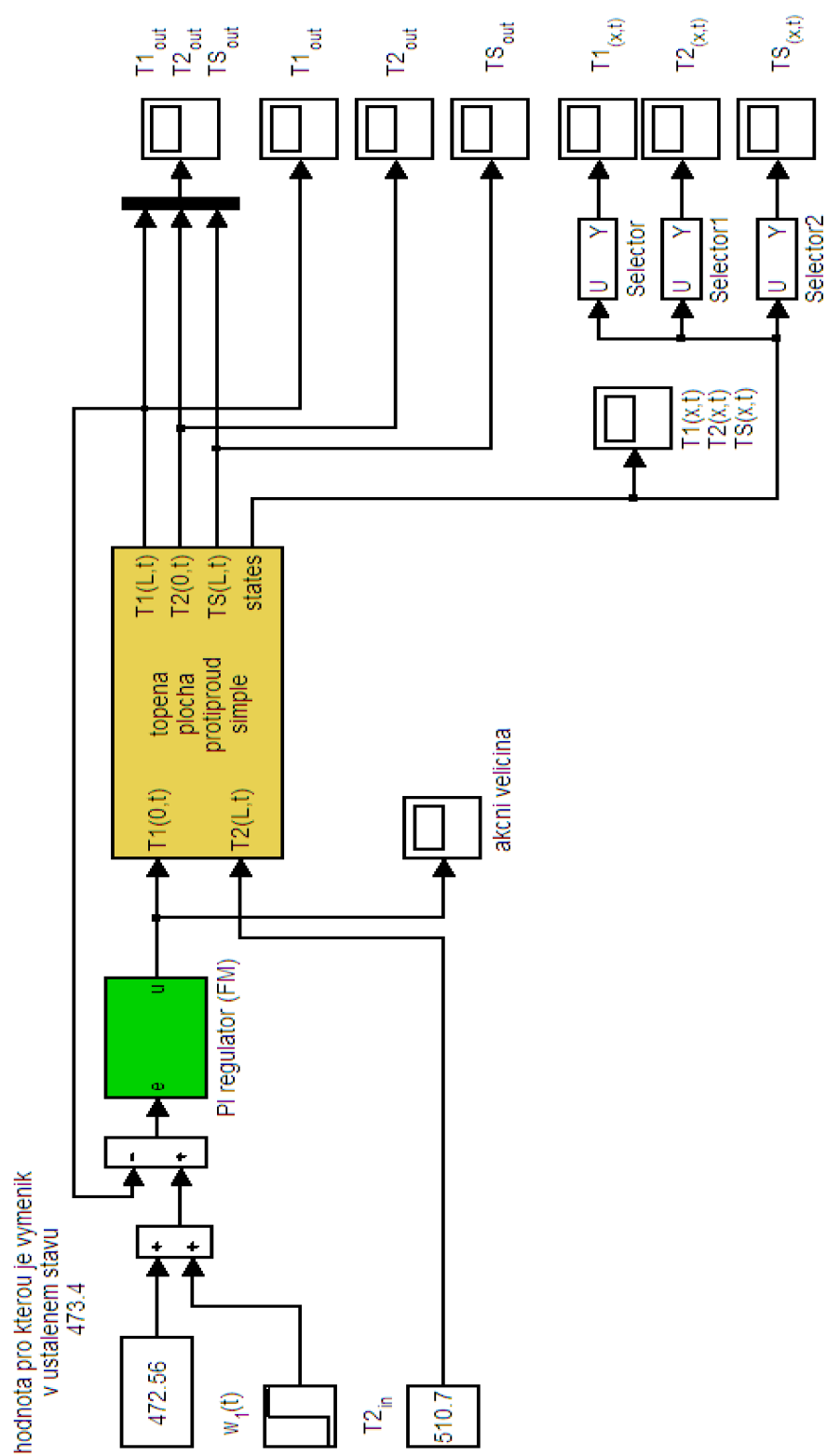


Obr. 24: LAFFCH uzavřených regulačních obvodů

#### IV. Simulační schemata modelů



Obr. 25: Simulační blokové zapojení pro výpočet regulačního kvadratického kritéria



Obr. 26: Simulace poruchy na modelu z projektu GACR